Cours de mathématiques

Enseignés au niveau sixième

Haereari Metuarea

https://hmetuarea.github.io/

Collège de Paopao

Table des matières

Introduction

Pour commencer ce cours, vous collerez le tableau de vocabulaires qui suit.

Conjecture	Hypothèse.
Définition	Description d'un objet.
Axiome	Propriété admise sans démonstration.
Proposition	Propriété.
Lemme	Propriété restreinte à un cas particulier.
Théorème	Propriété très importante.
Corollaire	Conséquence d'une propriété.
Exemple	Cas particulier qui illustre une définition, une proposition, etc.
Preuve	Réduire une propriété de plus en plus simple jusqu'à ce qu'elle soit évidente.

En mathématiques, un vocabulaire rigoureux est utilisé pour communiquer.
Vous y serez familier tout au long de l'année.

6e1 6e5

Chapitre 1

Premier trimestre

1.1 Nombres entiers

La représentation des quantités est importante pour retenir et étudier la répartition des objets. Ce chapitre étudie la notion de nombres entiers.

1.1.1 Notion d'ordre

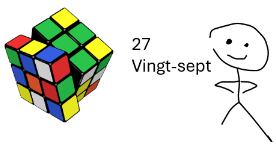
En petite classe, vous avez appris les chiffres qui sont les suivants : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, et 9.

La quantification des objets a pour but de représenter des grandeurs et de pouvoir les comparer. Pour se faire, on étudie l'ordre des chiffres que composent ces nombres.

Objectif(s) d'enseignement. Connaître et utiliser la valeur des chiffres selon leur rang dans l'écriture d'un nombre. Connaître des grands nombres entiers.

Pré-requis. Les chiffres.

Apprentissage. Uratini possède un rubiks cube contenant des unités de cube.
En observant bien le cube, combien d'unités de cube composent ce cube ?
Est-ce que Uratini a raison ? Justifie.



En s'inspirant de cette apprentissage, essayez de faire l'activité suivante.

Activité de recherche 1 (chercher, représenter, communiquer)**.** Sur Moorea, il y a 52 648 397 de chaises au collège de Paopao.

1. A l'aide du tableau ci-dessous, écrire le nombre 52 648 397 en toutes lettres.

Chiffre	**Ordre**	**Classe**
	Centaine	
	Dizaine	Million
	(Unité)	$\uparrow$
	Centaine	
	Dizaine	Millier
	(Unité)	$\uparrow$
	Centaine	
	Dizaine	
	(Unité)	

2. **Leçon.** Donner une description du rang d'un chiffre dans un nombre.

Définition. On appelle le rang d'un chiffre dans un nombre sa place dans ce nombre.

On note $\mathbb{N}$ la collection de tous les nombres entiers.

Pour connaître son rang, on exploite un tableau dit de numérotation.

Millier	Centaine	Dizaine	Unité

Exercice 1 (chercher, communiquer)**.** Écrire en toutes lettres les nombres.

1. 2 087 824 :
2. 8 547 021 :
3. 22 222 222 :

Devoir 1 (chercher, communiquer)**.** Écrire en toutes lettres le nombre.

1234563

Pour aller plus loin. Pour aller plus loin, nous pouvons consulter les références suivantes.

Yvan Monka, *LE COURS : Suites arithmétiques, suites géométriques - Première*, ressource Youtube, 2020.	

Fin de la première séance.
Cette partie reprend les éléments vus en classe inférieure. Ils seront important pour aborder la suite.

1.1.2 Comparer des nombres entiers

Pour comparer deux nombres entiers, il faut d'abord connaître l'ordre de comparaison des chiffres que l'on va admettre. Pour l'énoncé mathématiquement, il est nécessaire d'utiliser un langage symbolique.

Axiome 1. *On a*

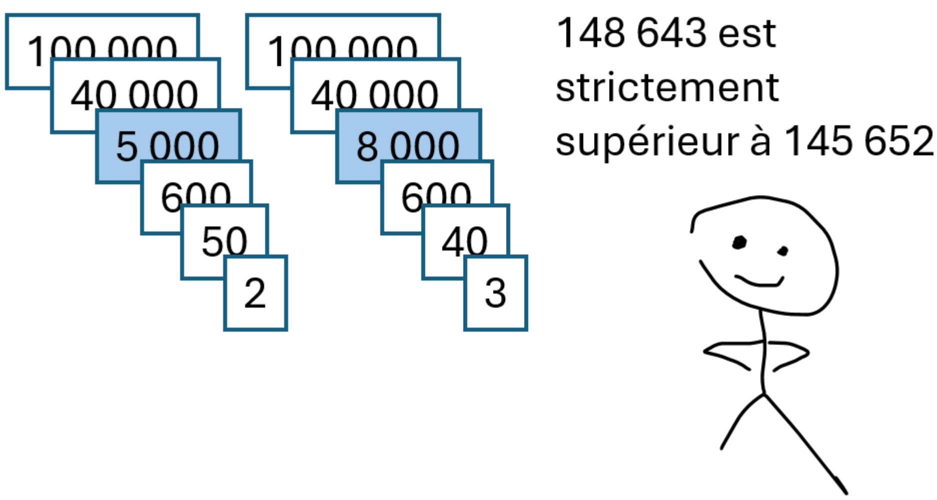
$$0 < 1 < 2 < 3 < 4 < 5 < 6 < 7 < 8 < 9$$

Autrement dit, 0 est le plus petit entier et ses successeurs lui sont strictement inférieur les uns après les autres. Ainsi, tous les nombres entiers peuvent être comparés en étudiant le chiffre sur leur rang.

Objectif(s) d'enseignement. Définir une règle qui permet de comparer deux nombres entiers.

Pré-requis. Nombres entiers et notion de rang.

Apprentissage. En moyenne, l'archipel des *Tuamotu* possède 145 652 habitants et l'archipel de la Société possède 148 643. Lequel de ces archipels possède le plus d'habitant ?



Activité de recherche 2 (chercher, communiquer)**.** Uratini possède 4 318 CFP et Poehere possède 4 813 CFP. Les deux se mettent d'accord à ce que celui qui paie c'est celui qui a le plus d'argent.

1. Qui paie ?
2. **Leçon.** Décrire le plus simplement la technique utilisée.

Théorème (admis)**.** *Tous les nombres entiers sont comparables.*

Ce fait nous permet de rédiger une méthode qui se généralise naturellement à n'importe quel entier.

Méthode. Pour comparer deux nombres entiers, on compare leur rang dans l'ordre décroissant (du plus grand au plus petit).

Naturellement, les opérations élémentaires sur les nombres entiers (exceptés la soustraction et la division) donneront toujours un nombre entier. Pour la soustraction et la division, vous verrez leur particularité en classe supérieure.

Exercice 2 (chercher, communiquer)**.** Patrick mesure 180 cm et Eric mesure 197 cm et veulent faire du toboggan. L'entrée au toboggan impose une règle : « si l'individu mesure plus de 185 cm (inclus) alors il est autorisé à entrer ».

1. **Démontrer** qu'un des deux individus pourra faire du toboggan.
2. Que se passe-t-il si la règle devient « si l'individu mesure plus de 180 cm (inclus) alors il est autorisé à entrer » ?

Devoir 2 (chercher, représenter, communiquer, raisonner)**.** Dans le collège *Fare Haapiraa* de Tahiti, les élèves se rangent dans l'ordre croissant.

1. Ranger les élèves du collège *Fare Haapiraa* du tableau 1 comme il faut. On ne demande aucune justification.

Indication. « Ranger dans l'ordre croissant » c'est trier du plus petit au plus GRAND.

Élève	Uratini	Oriau	Poehere	Anaé	Hibiscus	Yolande
Taille (en cm)	169	165	160	158	170	169

Une classe de 6ème du collège *Fare Haapiraa.*

Fin de la seconde séance.
L'intérêt ici est d'avoir pu exploiter les éléments vus en début de chapitre et de l'appliquer en vue de comparer des entiers relativement plus grand.

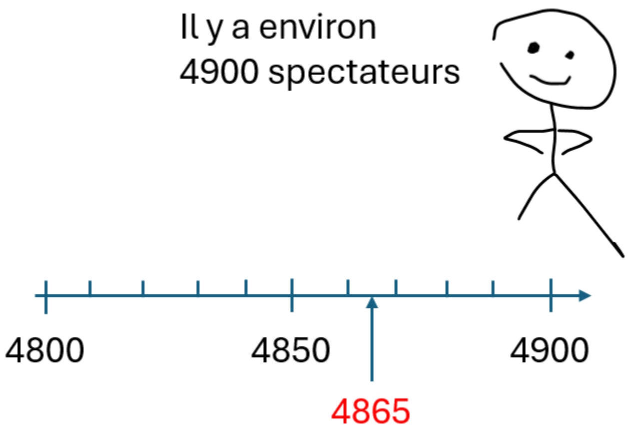
1.1.3 Approximation et estimation

Très souvent, lorsqu'un nombre est complexe et très grand alors il est plus commode de le représenter sous une forme plus simple et approximative.

Objectif(s) d'enseignement. Définir une règle pour approximer un nombre entier ou l'encadrer.

Pré-requis.Règles de comparaison des nombres entiers.

Apprentissage. Dans un match de Basket-ball, il y a 4865 spectateurs. Quel est le nombre de spectateur à la centaine près ?



Activité de recherche 3 (communiquer)**.** Il y a 8865 spectateurs au concert de *Sissa sué*.

1. Donner une bonne approximation du nombre de spectateurs au millier près.
2. **Leçon.** Décrire le plus simplement la technique utilisée.

Nous pouvons généraliser cette méthode pour le cas des centaines et des milliers.

Méthode. Arrondir un nombre entier à la dizaine près c'est l'encadrer entre son successeur et son prédécesseur à la dizaine près.

Naturellement, plus l'approximation est « large », plus on perd on précision. C'est pourquoi il faut toujours chercher une approximation plus fine et plus parlante.

Exercice 3 (raisonner, chercher, communiquer, représenter)**.** Le tableau ci-dessous donne la moyenne de 3 élèves. Au conseil de classe, la mention « compliments » est donnée pour les élèves qui obéissent à la règle suivante « si la moyenne sur 20 de l'élève est strictement supérieure à 15 alors cet élève à la mention « compliment » . »

Elève	Uratini	Ariihau	Oriau
Moyenne sur 20	14.5	14	15.5

1. **Démontrer** qu'il y a un élève qui obtiendra la mention « compliment ».
2. **Conclure** qu'il existe deux élèves qui ne pourront pas obtenir la mention « compliment ».

Devoir 3. Dans un collège de Fariipiti, un groupe de 6 élèves s'est mesuré et a rédigé leur résultat dans le tableau ci-dessous.

Élève	Uratini	Oriau	Poehere	Anaé	Hibiscus	Yolande
Taille (en cm)	168	166	162	158	170	169

Taille des élèves d'une classe de 6 élèves au collège *Fare Fariipiti.*

1. Ranger les élèves du collège comme dans l'ordre croissant dans le tableau ci-dessous.

Élève						
Taille (en cm)						
Taille (en cm) approximée au dixième						

Tailles des élèves d'une classe de 6 élèves au collège *Fare Fariipiti* rangées dans l'ordre croissant.

2. Peut-on comparer deux nombres en les approximant ? Justifier votre réponse en vous appuyant du tableau précédent.

Fin de la troisième séance.
Prenez la peine de faire le devoir pour vous préparez aux problèmes.

1.1.4 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes sur les nombres entiers. Connaître les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier.

Pré-requis. Rang, comparaison et approximation des nombres entiers.

Exercice 4 (communiquer, raisonner)**.** Cet exercice consiste à tirer une règle pour savoir si un nombre est pair (nombre dans la table de 2) ou impair.

1. Lister les 20 premiers nombres de la table de multiplication de 2. Que remarquez vous au niveau du rang des unités ?
2. A partir de cette remarque, rédigez rigoureusement une règle qui permet de dire qu'un nombre est dans la table de 2.

3. Déduire une règle qui permet de dire qu'un nombre **n'est pas** dans la table de 2.

Exercice 5 (communiquer)**.** Sur la place de *Papeete*, la règle est la suivante « accueillir au maximum de 13 000 personnes ».

1. **Démontrer** qu'un groupe de 12 999 personnes peut se regrouper sur la place.

Exercice 6 (chercher, communiquer, raisonner)**.** Pour entrer dans un toboggan au *Tiurai*, il y a deux règles :

1. l'individu doit mesurer entre 160 cm (inclus) et 175 cm (inclus).
2. l'individu doit peser entre 50 kg (inclus) et 65 kg (inclus).

Le but de l'exercice est d'étudier la population d'individus qui peut accéder au toboggan à l'aide du tableau ci-dessous.

1. **Démontrer** que tout individu de 14 ans à 17 ans peut entrer dans le toboggan.
2. **Démontrer** que tout individu de 6 mois à 13 ans ne peut pas entrer dans le toboggan.
3. Que se passe-t-il si on rajoute la règle : « entrer uniquement pour les filles » ?

	Garçon		Fille	
Âge (an)	**Taille (cm)**	**Poids (kg)**	**Taille (cm)**	**Poids (kg)**
6 mois	67	8	66	7
1	76	10	74	9
2	88	12	87	12
3	96	14	95	14
4	103	16	103	16
5	110	18	109	18
6	116	21	115	20
7	122	23	121	22
8	127	25	127	25
9	133	28	133	28
10	138	31	139	32
11	143	35	145	36
12	149	39	152	42
13	156	45	157	47
14	163	51	160	51
15	169	57	162	53
16	173	62	163	55
17	175	65	163	55
18	176	67	163	56

Tableau. Taille des individus (garçons et filles) en fonction de l'âge.

Fin de séquence.

1.1.5 Examen

Exercice 1 (chercher, communiquer)**.** Écrire en toutes lettres le nombre.

1111111

Exercice 2 (communiquer, raisonner)**.** Cet exercice consiste à tirer une règle pour savoir si un nombre est pair (nombre dans la table de 2) ou impair.

1. Lister les 20 premiers nombres de la table de multiplication de 2. Que remarquez vous au niveau du rang des unités ?
2. A partir de cette remarque, rédigez rigoureusement une règle qui permet de dire qu'un nombre est dans la table de 2.
3. Déduire une règle qui permet de dire qu'un nombre **n'est pas** dans la table de 2.

Exercice 3 (chercher, communiquer)**.** Patrick mesure 180 cm et Eric mesure 197 cm et veulent faire du toboggan. L'entrée au toboggan impose une règle : « si l'individu mesure plus de 185 cm (inclus) alors il est autorisé à entrer ».

1. **Démontrer** qu'un des deux individus pourra faire du toboggan.
2. Que se passe-t-il si la règle devient « si l'individu mesure plus de 180 cm (inclus) alors il est autorisé à entrer » ?

Exercice 4 (raisonner, chercher, communiquer, représenter)**.** Le tableau ci-dessous donne la moyenne de 3 élèves. Au conseil de classe, la mention « compliments » est donnée pour les élèves qui obéissent à la règle suivante « si la moyenne sur 20 de l'élève est strictement supérieure à 15 alors cet élève à la mention « compliment » . »

Elève	Uratini	Ariihau	Oriau
Moyenne sur 20	14.5	14	15.5

1. **Démontrer** qu'il y a un élève qui obtiendra la mention « compliment ».
2. **Conclure** qu'il existe deux élèves qui ne pourront pas obtenir la mention « compliment ».

Fin de l'examen 1

1.2 Nombres décimaux

« Combien de chances qu'un dé sans défaut tombe sur le chiffre 2 ? »

Pour répondre à cette question, les nombres entiers sont insuffisants. Ils ne peuvent pas toujours tout quantifier et on peut constater que $\mathbb{N}$ possède des « trous ». Ainsi, il est opportun d'adopter un système de numérotation plus général pour remplir ces trous au mieux : les nombres à virgule.

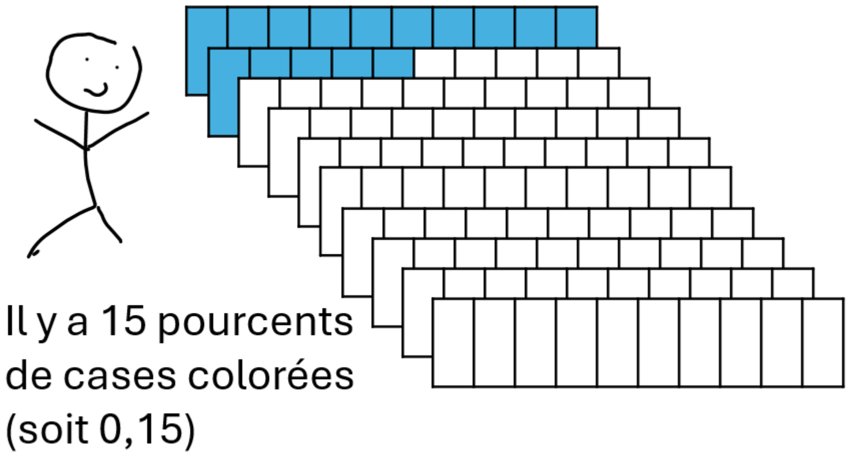
1.2.1 Pourcentage

Sur une bande, découper 100 morceaux identiques sur elle. Ainsi, chaque partie représentera un nouveau nombre.

Objectif(s) d'enseignement. Comprendre le sens d'un pourcentage. Appliquer un pourcentage à une grandeur ou à un nombre. Connaître la définition d'un pourcentage.

Pré-requis. Nombres entiers.

> **Apprentissage.** Parmi les 100 cases, donner le pourcentage de cases colorées.



Activité de recherche 1. Sur une bande, découper 100 morceaux identiques sur elle. Ainsi, chaque partie représentera un nouveau nombre par rapport à ces 100 morceaux.

1. Colorier 15 morceaux avec une couleur. Que représente ce nombre en pourcentage ? Quel nombre entre 0 et 1 représente ces morceaux par rapport aux 100 morceaux ? (proportion)
2. **Leçon.** Donner une description du mot pourcentage.

Définition. On appelle pourcentage toute quantité entre 0 et 1 désignant une proportion dans un tout de 100 unités.

Pour représenter des collections et leur particularité, les pourcentages sont fréquemment utilisés. On les rencontre dans de nombreux domaines :

— Le rendement. (physique et chimie)

— Coefficient de détermination. (mathématiques appliquées)

Exercice 1. Dans le collège de Moorea, une classe a réalisé une enquête sur l'utilisation du téléphone dans 4 classes ; leur résultat est indiqué dans le tableau ci-dessous. Pour juger qu'une classe est dépendant ou non du téléphone, les enquêteurs se donnent la règle suivante « Si le pourcentage d'utilisation d'une classe est supérieure ou égale à 25 % alors cette classe est dépendante du téléphone ».

Population	6ème 4	5ème 3	4ème 2	3ème 2
Pourcentage	40 %	30 %	20 %	10 %

1. **Démontrer** qu'il existe 2 classes qui sont dépendants de leur téléphone.

Devoir 1. Au collège *Motu*, une classe de 10 élèves de niveau 3ème a fait une étude de pourcentage sur chacun des élèves

— 100 % des élèves sont nés en 2009.

— 50 % des élèves sont des garçons.

— 10 % des élèves ont un téléphone.

1. Donner le nombre d'élèves qui sont nés en 2009.
2. Donner le nombre d'élèves qui sont des garçons.
3. Donner le nombre d'élèves qui ont un téléphone.

Millier	Centaine	Dizaine	Unité	Dixième	Centième	Millième

D'emblée, nous pouvons définir toute suite la notion de nombres décimaux par extension.

1.2.2 Nombres décimaux

Ce concept peut être généralisé entre deux nombres entiers quelconques. Ainsi, notre définition de pourcentage peut être développée de manière plus générale.

Définition. On appelle nombre décimal tout nombre s'écrivant avec une virgule et ayant un nombre fini de chiffres après cette virgule.

— la partie à gauche de la virgule s'appelle la partie entière.

— la partie à droite de la virgule s'appelle la partie décimale.

On note $\mathbb{D}$ la collection des nombres décimaux de signe positif et négatif. Dans ce cours, nous traiterons les nombres décimaux de signe positif.

Remarque complémentaire. *Les nombres entiers sont des nombres décimaux.*

Fin de la première séance.
La notion de pourcentage donne un exemple de nombre décimal. Prenez la peine de rédiger cette seconde partie qui généralise la forme de ces nombres.

1.2.3 L'ordre des nombres décimaux

Comme pour les nombres entiers, l'intérêt des nombres décimaux est de pouvoir comparer deux grandeurs et c'est le cas pour ces nombres.

Propriété. *On a*

$$0 < 0,010 < 0,1 < 1$$

Démonstration. Les chiffres 0 et 1 représentent respectivement 0 % et 100 %. Le nombre $0,1$ représente 10 % et de la même manière $0,01$ représente 1 %. Comme $1 < 10$ alors $0,01 < 0,1$. □

Le principe est exactement le même pour des nombres décimaux ayant une grande partie décimale finie.

Objectif(s) d'enseignement. Reconnaître un nombre décimal. Connaître les liens entre les unités de numération unité, dizaine, centaine, millier, dixième, centième, millième.

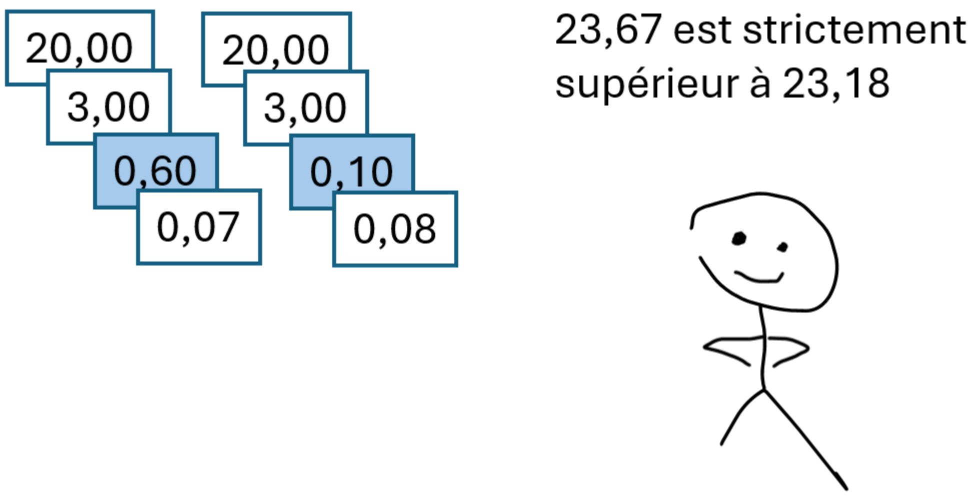
Pré-requis.Règles de comparaison des nombres entiers.

Apprentissage. Dans deux océans différents, Uratini a mesuré deux vagues :

— la vague 1 fait 23,67 m dans l'océan pacifique.

— la vague 2 fait 23,18 m dans l'océan indien.

Quelle vague est la plus grande ?



Activité de recherche 2 (communiquer, calculer)**.** Voici les résultats des six premières athlètes à l'épreuve de lancer du marteau, aux derniers Jeux Olympiques.

Anita	77,6 m
Betty	77,13 m
Kathrin	76,05 m
Tatyana	78,18 m
Yipsi	74,6 m
Wenxiu	76,34 m

1. Qui est arrivé(e) premier (première) à cette épreuve ?
2. Donner le classement de ces six athlètes.
3. **Leçon.** Rédiger rigoureusement une technique pour classer des nombres à virgules.

Ainsi, on peut généraliser cette comparaison avec ce même principe.

Théorème (admis)**.** *Les nombres décimaux sont comparables entre eux.*

Plus formellement, $\mathbb{D}$ est un ensemble ordonné pour l'ordre $\geq$. Toute l'année, les nombres qu'on étudiera seront toujours comparables entre eux. Il existe des « notions » mathématiques qui ne peuvent pas toujours profiter de cette comparaison (les fonctions par exemple pour cette même relation d'ordre).

Ceci nous permet de dresser une méthode naturelle pour comparer deux nombres décimaux.

Méthode. Pour comparer deux nombres décimaux, on compare leur rang (en partant du rang des milliers jusqu'au rang des millièmes).

Exercice 2 (communiquer, calculer)**.** Avant la Révolution française, il existait plusieurs unités de capacité, dont quelques exemples sont présentés ci-dessous. Plus tard, le litre fut décrété « unité universelle ».

Le velte	7,62 L
Le sétier de Gap	48 L
Le muid	212,04 L
La pinte	0,93 L
Le litron	0,79 L
La feuillette	137 L
Le civeyre	4 L
La chopine	0,33 L
Le gallon	3,78541 L

1. Range ces différentes unités dans l'ordre croissant de leur capacité en litres.

   Le réservoir à essence d'un scooter (modèle ZIP 50cc) peut contenir 6,6 L.

2. Combien de gallons a-t-on besoin pour remplir totalement le réservoir d'un scooter (modèle ZIP 50cc) ?
3. Combien de civeyre a-t-on besoin pour remplir totalement le réservoir d'un scooter (modèle ZIP 50cc) ?

Devoir 2. Il y a deux plantes, la plante 1 mesure 70 cm et la plante 2 mesure 80 cm. Ensuite, on a noté leur longueur à laquelle elles poussent chaque mois :

1. la plante 1 pousse à 0,5 cm.
2. la plante 2 pousse à 0,005 cm.

1. Compléter

Mois	0	1	2	3	4	5
Taille (en cm)						

Taille de la plante 1 en fonction des mois.

Mois	0	1	2	3	4	5
Taille (en cm)						

Taille de la plante 2 en fonction des mois.

2. Quelle plante pousse le plus vite ? Répondre à cette question avec une manière au moins.
3. **Leçon.** Décrire le plus simplement la technique utilisée.

Fin de la seconde séance.

En particulier, le principe pour comparer deux nombres décimaux est le même que celui pour deux nombres entiers.

1.2.4 Opérations sur les nombres décimaux

En plus de quantifier des choses que les entiers ne peuvent pas, il est aussi possible de calculer des nombres décimaux entre eux.

Objectif(s) d'enseignement. Définir une règle qui permet de comparer deux nombres décimaux. Placer sur une demi-droite graduée un point dont l'abscisse est un nombre décimal. Repérer un nombre décimal sur une demi-droite graduée. Comparer deux nombres décimaux. Ordonner une liste de nombres décimaux. Déterminer ou connaître la valeur arrondie de certains nombres non décimaux. Encadrer un nombre décimal par deux nombres décimaux, intercaler un nombre décimal entre deux nombres décimaux.

Objectif(s) d'enseignement. Additionner et soustraire des nombres décimaux. Comprendre le sens de la multiplication de deux nombres décimaux. Calculer le produit de deux nombres décimaux. Diviser un nombre décimal par un nombre entier non nul inférieur à 10. Multiplier un nombre entier ou un nombre décimal par 0,1, par 0,01, et par 0,001

Activité de recherche 3 (communiquer, calculer)**.** Lors d'un événement culturel sur la plage de Matira à Bora Bora, une buvette vend plusieurs produits. Voici les prix affichés :

1 bouteille d'eau	120,5 CFP
1 jus de mangue	230,75 CFP
1 sandwich au poisson	540,9 CFP
1 cornet de glace à la noix de coco	310,25 CFP

1. Combien coûte 2 bouteilles d'eau ?
2. Combien coûte 2 jus de mangue ?

   Teiva veut acheter
   — 2 jus de mangue
   — 1 sandwich au poisson
   — 1 glace

3. Combien Teiva devra payer ?
4. Si Teiva donne 2000 CFP, combien l'employé à la caisse devra lui rendre ?
5. **Leçon.** Expliquer le plus simplement comment additionner deux nombres décimaux.

Comme pour les nombres entiers, le principe reste le même auquel on ajoute la division.

Théorème (admis)**.** *Toute opération sur les nombres décimaux donne toujours un nombre décimal.*

En particulier, à deux nombres décimaux on peut leur associer un nouveau nombre qui est toujours décimale.

Méthode. Soient A et B deux nombres décimaux alors

1. additionner A et B c'est additionner leur partie décimale et toute leur partie entière.
2. multiplier A et B c'est soustraire leur partie décimale et toute leur partie entière.
3. diviser A et B c'est soustraire leur partie décimale et toute leur partie entière.

Plus formellement, avec les nombres décimaux de signe négatif, $\mathbb{D}$ est un anneau commutatif.

Exercice 3 (communiquer, calculer)**.** Deux zones de coraux sont observées dans le lagon de Moorea.

1. La zone A mesure déjà 1,2 mètre de haut et les coraux y poussent de 3 centimètres par an.
2. La zone B est un peu plus haute au départ : elle mesure 1,5 mètre, mais les coraux y poussent seulement de 0,5 centimètre par an.

1. Quelle zone a une croissance plus rapide ?

2. Est-ce qu'un jour la zone A deviendra plus haute que la zone B ? Explique ta réponse.
3. Si oui, au bout de combien d'années environ la zone A dépassera-t-elle la zone B ?

Devoir 3 (communiquer, calculer)**.** À Papara, un agriculteur plante un *Uru* (arbre à pain). Il observe sa croissance tous les deux mois. Il note la croissance du *Uru* en fonction des mois :

De janvier à mars	le *Uru* a grandi de 12,6 cm
De mars à mai	il a grandi de 15,3 cm
De mai à juillet	il a grandi de 17,4 cm
De juillet à septembre	il a grandi de 19,5 cm
De septembre à novembre	il a grandi de 21,6 cm
Et enfin, de novembre à janvier	il a grandi de 24,2 cm.

1. Quelle est la taille totale que l'arbre a gagnée en un an ?
2. En moyenne, de combien de centimètres l'uru a-t-il grandi tous les deux mois ?
3. Si cette croissance continue au même rythme moyen, quelle sera la taille totale gagnée en 2 ans ?
4. Sachant que le uru mesurait 80,5 cm au moment de la plantation, quelle sera sa taille approximative en janvier prochain ?

Fin de la troisième séance.
Prenez la peine de faire le devoir pour préparer les problèmes.

1.2.5 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes avec les pourcentages et les proportions. Résoudre des problèmes mettant en jeu des multiplications entre des nombres décimaux. Résoudre des problèmes sur les nombres décimaux (multiplication, division), les divisions euclidiennes.

Pré-requis. Pourcentage, ordre et calcul des nombres décimaux.

Exercice 4. Dans la série *Squid Game*, il y a 456 joueurs et un seul gagnant à la fin. Donner le pourcentage de gagner au jeu.

Exercice 5. Une classe de 32 élèves est composée 62,5 % de filles. Peut-on faire 16 équipes composées de fille et de garçon ? Justifier.

Exercice 6 (calculer, raisonner)**.** Calculer

$$1245,6789 + 9876,54321$$

Exercice 7 (communiquer, calculer, raisonner)**.** Dans une vallée sur Tahiti, l'eau d'un lac est à 130cm. Au mois de Février 2025, il a plu et l'eau commence à monter le Samedi 1er Février à 00h (minuit) de 0,05 cm par heure.

1. Calculer la hauteur de l'eau aux jours 0, 1 et 2.
2. Montrer que la

$$\text{hauteur de l'eau au jour } 3 = \text{hauteur de l'eau au jour } 4 + 0,05$$

3. Conclure que

$$\text{hauteur de l'eau au jour } 3 = 130 + 0,05 \times 3$$

4. En s'inspirant des questions précédentes, trouver le jour à partir duquel la hauteur du lac va dépasser 150 cm.

Exercice 8 (raisonner, calculer,communiquer)**.** Deux maisons ont été cambriolées. La police scientifique a relevé les empreintes dans chaque maison dans le tableau ci-dessous.

	Maison 1	Maison 2
Uratini	0,2	0,3
Iris	0,15	0,10
Tane	0,3	0,15
Roonui	0,35	0,45

Qui est le voleur ?

Fin de séquence.

1.2.6 Examen

Exercice 1 (calculer, raisonner)**.** Calculer

$$55,60 + 10,10$$

Exercice 2 (modéliser, représenter)**.** Sur les 100 cocos à la plage de *Tiahura*, on a la moitié des cocotiers qui mesure plus de 10,5 m. Aussi, 70 % des cocotiers sont là depuis 2001.

1. Donner sous forme de pourcentage le nombre de cocotiers qui mesure plus de 10,5 m.
2. Donner sous forme décimal le nombre de cocotiers qui sont là depuis 2001.

   La Mairie de Moorea formule la règle suivante : « tous les cocotiers qui font moins de 10,5 m seront tailler. »

3. Donner sous forme de pourcentage le nombre de cocotiers que la Mairie de Moorea va tailler.

Exercice 3 (raisonner, calculer,communiquer)**.** Deux maisons ont été cambriolées. La police scientifique a relevé les empreintes dans chaque maison dans le tableau ci-dessous.

	Maison 1	Maison 2
Uratini	0,2	0,3
Iris	0,15	0,10
Tane	0,3	0,15
Roonui	0,35	0,45

Qui est le voleur ?

Exercice 4 (communiquer, calculer, raisonner)**.** Dans une vallée sur Tahiti, l'eau d'un lac est à 130cm. Au mois de Février 2025, il a plu et l'eau commence à monter le Samedi 1er Février à 00h (minuit) de 0,05 cm par heure.

1. Calculer la hauteur de l'eau aux jours 0, 1 et 2.
2. Montrer que la
$$\text{hauteur de l'eau au jour } 3 = \text{hauteur de l'eau au jour } 4 + 0,05$$
3. Conclure que
$$\text{hauteur de l'eau au jour } 3 = 130 + 0,05 \times 3$$
4. En s'inspirant des questions précédentes, trouver le jour à partir duquel la hauteur du lac va dépasser 150 cm.

Fin de l'examen 2

1.3 Géométrie des droites

En mathématiques, la géométrie est basée sur celle d'Euclide car c'est lui qui a formalisé les éléments fondamentaux depuis l'Antiquité. Les années après, cette géométrie s'est diversifiée et a développé des concepts inédits comme la géométrie projective pour la photographie.

« Comment peut-on représenter et organiser des positions (par exemple des trajets) à l'aide de points et de droites en géométrie ? »

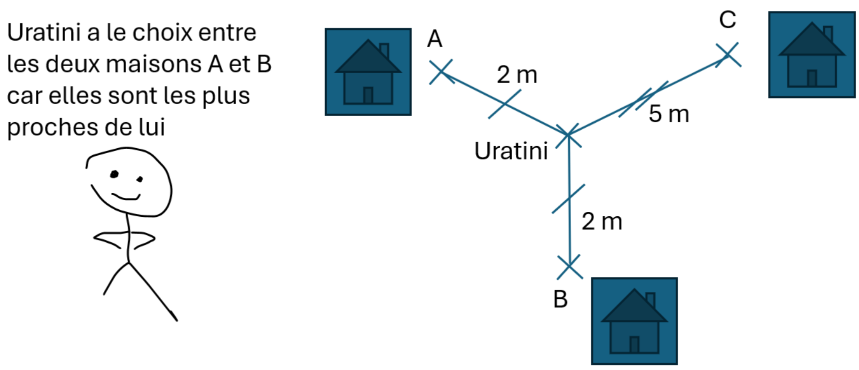
Dans tout ce chapitre, on se place sur un plan.

1.3.1 Points et segments

Objectif(s) d'enseignement. Définir un point et un segment.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux.

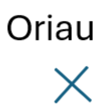
Apprentissage. En voyage, Uratini cherche un endroit où s'installer et aux alentours il trouve 3 de ses amis dans les maisons respectives (voir le schéma ci-dessous) : A, B et C. Quelle(s) maison(s) va-t-il choisir ?



Activité de recherche 1 (communiquer, calculer, chercher)**.** Uratini et Oriau jouent au ballon sur le terrain de Afareaitu. Uratini se situe à 5 m de Oriau et ils s'entraînent à faire des passes courtes. Pour commencer, on va modéliser la situation avec un schéma.

Questions.

1. Placer Uratini à 5 cm de Oriau dans la figure ci-dessous.



2. Ci-dessus, tracer la trajectoire de la balle que Uratini doit faire.
3. **Leçon.** Selon vous, proposer une définition d'un point et d'un segment entre deux points.

Pour commencer la géométrie, le vocabulaire relatif à la géographie offre des équivalents pour définir les points et les notions que l'on peut construire avec.

Définition. On appelle point un endroit du plan.

Ainsi, on dit que trois points sont alignés s'ils sont exactement positionnés sur une même ligne. En pratique, on peut dire aussi qu'il s'agit de points que l'on peut les relier avec une règle.

Définition. Soient A, B deux points.
On appelle segment $[AB]$ une ligne fermée entre A et B. La longueur de ce segment s'appelle une distance et on le note AB.
On appelle milieu du segment $[AB]$ le point M se situant à la moitié de $[AB]$.

Remarque. *Pour le milieu d'un segment* $[AB]$*, alors le milieu* M *vérifie* $AB = 2 \times AM$.

Méthode. Pour tracer un segment entre deux points, on relie les deux points avec une règle sans prolonger le trait.

Remarque. *On notera un point avec une croix par convention.*

Remarque. *La longueur entre deux points est toujours celle qui est la plus courte entre les deux.*

Exercice 1 (calculer)**.** De Paris à Deauville, Uratini a couru en ligne droite en 2025 en France. Malheureusement, il n'a pas pu enregistrer sa performance avec sa montre car il n'avait plus de batterie vers la fin.

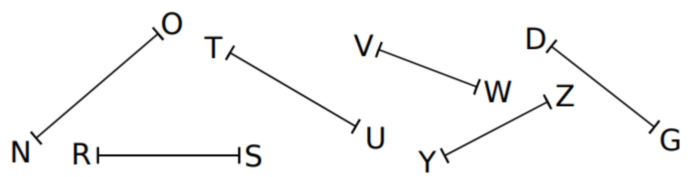
Questions.

1. Représenter son parcourt avec un schéma. On notera P pour représenter Paris, D pour représenter Deauville.

   A mi-parcourt, Uratini a bu de l'eau à Evreux. Sa montre fonctionnait est affichait 143 km.

2. Montrer que Uratini a parcouru 286 km au total.

Devoir 1 (calculer, chercher, communiquer)**.** Considérons la figure ci-dessous.



Questions.

1. Mesurer les segments et compléter le tableau ci-dessous.

Segment	$[NO]$	$[RS]$	$[TU]$	$[VW]$	$[YZ]$	$[DG]$
Longueur (en cm)						

2. Trier les segments du plus petit au plus grand.

Fin de la première partie.

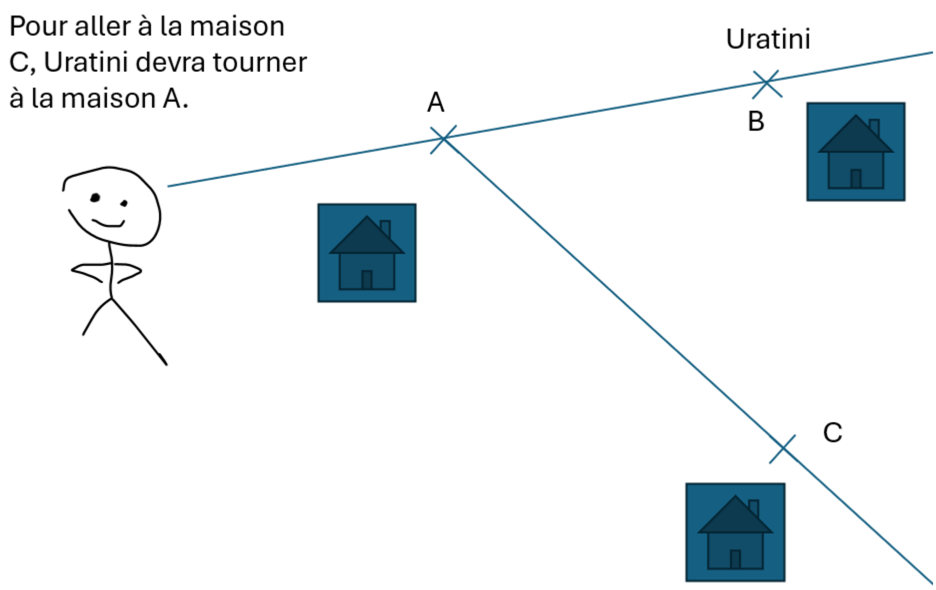
Les notions de points et segments sont cruciales pour la suite. Elles serviront à définir de futur figures qui servent à modéliser et représenter divers problèmes.

1.3.2 Droites et demi-droites

Objectif(s) d'enseignement. Définir une droite et une demi-droite.

Pré-requis. Points et segment.

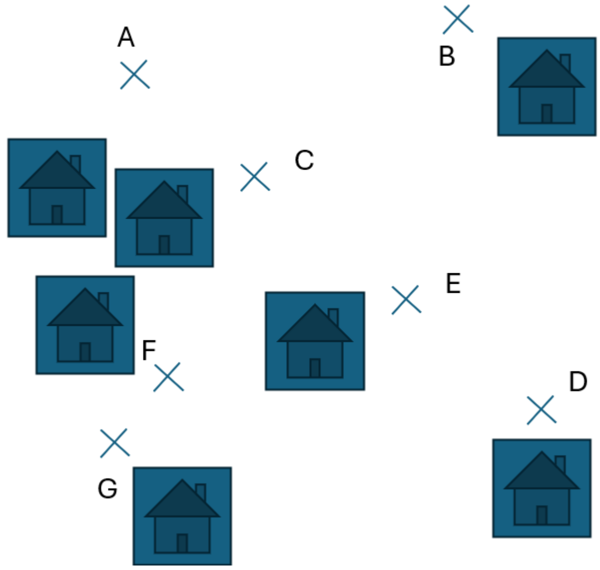
Apprentissage. Uratini loge à la maison B et utilisera sa voiture pour aller à la maison C. Mais il ne sait pas comment s'y rendre. Il dispose d'un plan (voir ci-dessous). Comment se rendra-t-il à la maison C ?



Activité de recherche 2. En sortant de sa maison A, Uratini cherche la maison B et on lui a donné les indications suivantes :

— la maison B se situe exactement au bout de la rue qui traverse les maisons F et G.

— il doit emprunter la route infinie passant par les maisons A, C, E et D.



Questions.

1. Tracer la rue et la route indiquées à Uratini.
2. Donner un protocole à Uratini pour se rendre à la maison B.
3. **Leçon.** Définir une droite et une demi-droite. Sont-elles différentes ? Justifier.

Définition. Soient A, B deux points.
On appelle droite (AB) toute ligne ouverte passant par A et B.
On appelle demi-droite $[AB)$ toute ligne fermée en A (appelé l'origine de la demi-droite) et ouverte en B.

Axiome 2. *Entre deux points, il passe une seule et unique droite.*

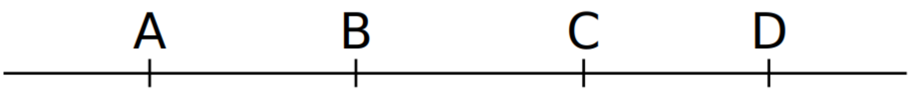
Remarque. *Une droite s'étend à l'infini et contient une infinité de points sur elle.*

Propriété. *Par un point, il passe une infinité de droites.*

Propriété. *Trois points (ou plus) sont alignés s'ils appartiennent à une même droite.*

Méthode. Pour tracer une droite passant par deux points, on relie les points avec une règle en prolongeant le trait loin des points.

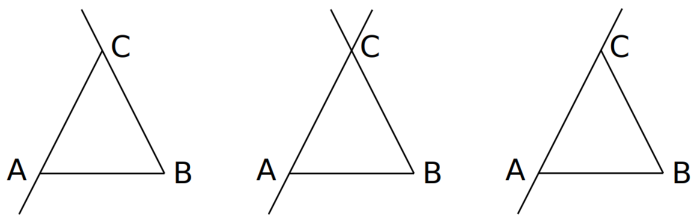
Exercice 2. Considérons les droites suivantes.



Questions.

1. Écrire tous les noms possibles pour cette droite.
2. Combien y aurait-il de noms différents si on avait placé cinq points sur la droite ? et pour six ?

Devoir 2. Considérons les figures ci-dessous.



Questions.

1. Quelle figure correspond au programme suivant :

   1 Place trois points A, B et C non alignés.

   2 Trace le segment $[AB]$, la droite (AC) puis la demi-droite $[BC)$.

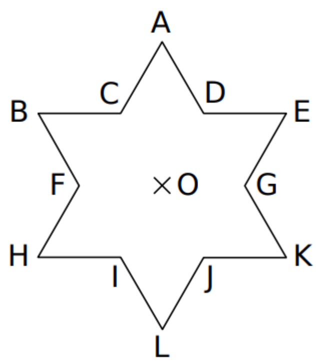
Fin de la deuxième séance.
Prenez la peine de faire le devoir pour vous préparez à la séance d'exercices.

1.3.3 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Calculer des périmètres de figures composées. Résoudre des problèmes impliquant des longueurs. Connaître et utiliser la définition de la distance entre deux points.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux. Comparaison des nombres entiers et décimaux.

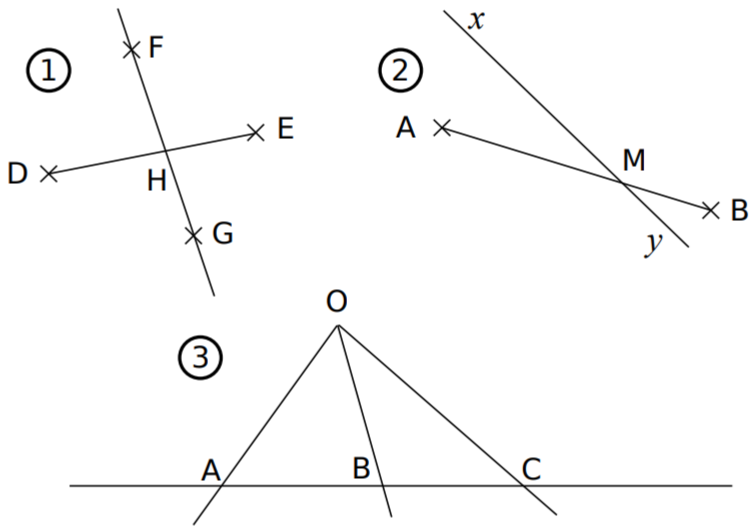
Exercice 3 (chercher, communiquer)**.** Considérons la figure ci-dessous.



Questions.

1. Rédiger un protocole qui permet d'obtenir la figure ci-dessus en moins de 20 étapes.
2. Comparer les longueurs de $[AD]$, $[DE]$ et $[DG]$.
3. Coder les longueurs qui sont égales à la longueur de $[AD]$.
4. De quels segments le points C est le milieu.

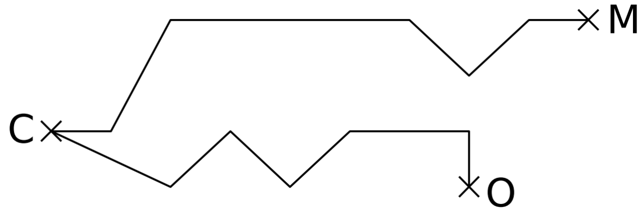
Exercice 4 (chercher, communiquer)**.** Considérons la figure ci-dessous.



Questions.

1. Ecrire un programme de construction pour chaque figure.

Exercice 5 (chercher, communiquer, calculer)**.** Au collège de Moorea (point C), Mahana et Céline rentre chez elles à la fin des cours. La maison de Mahana est noté M et celle de Oriau, notée O.



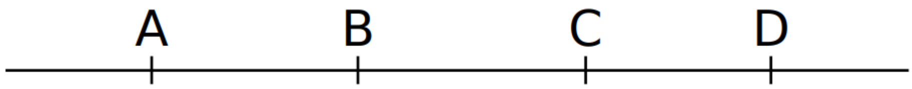
Questions.

1. Calculer CM et OM.
2. Quelqu'un a-t-il le chemin le plus court vers sa maison ? Justifier.

Fin de séquence.

1.3.4 Examen

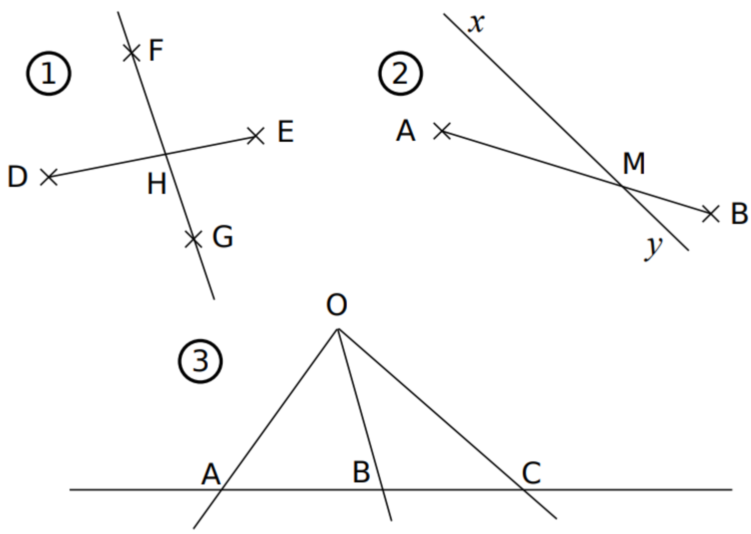
Exercice 1. Considérons les droites suivantes.



Questions.

1. Écrire tous les noms possibles pour cette droite.
2. Combien y aurait-il de noms différents si on avait placé cinq points sur la droite ? et pour six ?

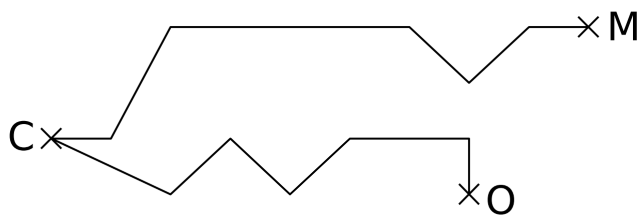
Exercice 2 (chercher, communiquer)**.** Considérons la figure ci-dessous.



Questions.

1. Ecrire un programme de construction pour chaque figure.

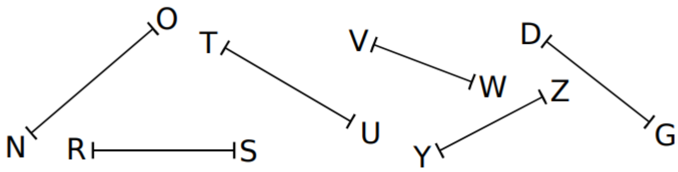
Exercice 3 (chercher, communiquer, calculer)**.** Au collège de Moorea (point C), Mahana et Céline rentre chez elles à la fin des cours. La maison de Mahana est noté M et celle de Oriau, notée O.



Questions.

1. Calculer CM et OM.
2. Quelqu'un a-t-il le chemin le plus court vers sa maison ? Justifier.

Exercice 4 (calculer, chercher, communiquer)**.** Considérons la figure ci-dessous.



Questions.

1. Mesurer les segments et compléter le tableau ci-dessous.

Segment	$[NO]$	$[RS]$	$[TU]$	$[VW]$	$[YZ]$	$[DG]$
Longueur (en cm)						

2. Trier les segments du plus petit au plus grand.

Fin de l'examen 3

1.4 Conversions élémentaires

Ce chapitre sera court car l'intérêt est de réactiver rapidement le principe de conversion afin de les automatiser.

1.4.1 Principe de conversion

Objectif(s) d'enseignement. Convertir des grandeurs.

Pré-requis. Nombres entiers.

Depuis les classes inférieures, vous avez pris conscience qu'un objet peut être considéré selon plusieurs grandeurs : sa longueur, sa masse, sa contenance, etc. Quelques unités usuelles ont été introduites progressivement. Elles ont pris sens en déterminant des mesures par report et comptage d'unités élémentaires, puis à l'aide d'instruments simples comme la règle graduée, mais aussi en leur faisant estimer des mesures de grandeurs.

Définition. Une grandeur désigne toute propriété d'un phénomène physique d'un corps ou d'une substance qui est mesurée ou calculée. Une grandeur s'écrit avec

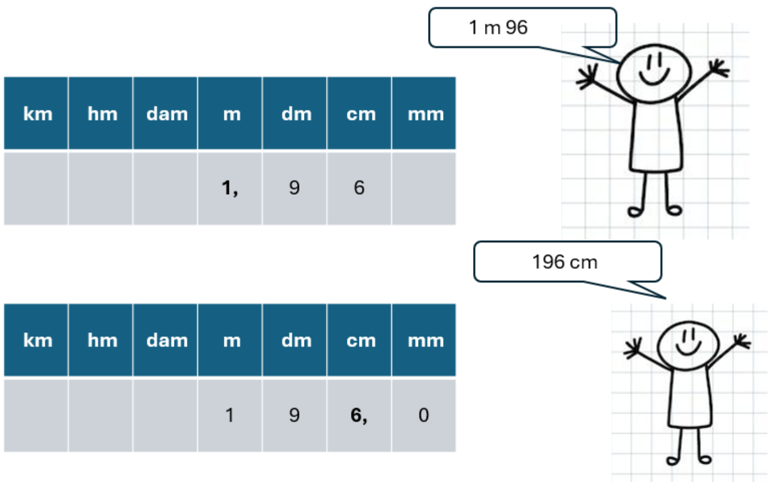
— un nombre. (la mesure de la grandeur)

— une référence. (unité de mesure)

Grandeur	Symbole	Unité conventionnelle	Symbole
longueur	L	mètre	m
masse	M	kilogramme	kg
temps	T	seconde	s
volume	V	litre	L

TABLEAU. Quelques grandeurs classiques.

Apprentissage (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** Uratini utilise un tableau pour convertir des longueurs.



Activité de recherche 1 (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** A Tahiti, un homme mesure 178 cm en moyenne.

1. En utilisant le tableau ci-dessous, montrer que 178 cm c'est 1,78 mètre.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
			1	7	8	

2. Une femme tahitienne mesure 166 cm en moyenne. Convertir 166 cm en mètre.
3. **Leçon.** Comment convertir des longueurs ?

Méthode. Pour convertir une mesure d'une grandeur donnée on utilise un tableau de conversion de cette grandeur.

1. on place la virgule du nombre au niveau de l'unité observée.
2. on rédige les chiffres dans chaque colonne dans leur ordre à gauche et à droite de la virgule.

3. on déplace la virgule sous la colonne de l'unité voulue.

Notons qu'il existe plusieurs tableaux de conversion pour une même grandeur. Par exemple, pour les longueurs on a

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

m	dm	cm	mm

Exercice 1 (chercher, calculer, communiquer)**.** Au magasin *Super U* de Paopao, Uratini hésite entre deux marques de lait :

— Alpro : 1 000 mL à 640 cfp.

— Candia : 0,1 daL à 395 cfp.

Le problème consiste à savoir quelle marque Uratini choisira.

1. A l'aide du tableau ci-dessous, quelle marque de lait contient le plus de lait et est le moins cher ? Justifier votre réponse.

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL

Devoir 1 (calculer, représenter, chercher)**.** Uratini a parcouru 95 % d'un parcours de 10 km. Donner la distance restante (en km) pour Uratini avant d'arriver au bout du parcours.

Fin de la première séance.
Les conversions peuvent se faire en dehors de ce cours aussi. Vous pouvez vous amuser à convertir aléatoire des longueurs (entre vous et le collège) ou des temps (l'heure actuelle et une heure future) dans différentes unités.

1.4.2 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes. Savoir arrondir à l'unité, au dixième ou au centième, d'un nombre décimal et les contrôler résultats à l'aide d'ordres de grandeur.

Exercice 2 (chercher, calculer, communiquer)**.** La route principale qui fait tout le tour de Moorea fait 60 000 m.

1. Convertir la longueur de la route principale de Moorea en km.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Exercice 3 (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** Dans le *Tauati Ferry*, l'ascenseur peut supporter un poids de 200 kg. La famille *Teto* souhaite utiliser cet ascenseur. Le problème consiste à savoir qui peut accéder à l'ascenseur.

Famille *Teto*	Uratini	Taneura	Hereiti	Herehau
Poids	98 kg	8900 g	750 hg	80 kg

1. A l'aide du tableau ci-dessous, montrer que Uratini et Taneura pourront prendre l'ascenseur.

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Finalement l'ascenseur avait une nouvelle plaque (celle en début d'énoncé était périmé), on lit.

— règle 1 : L'ascenseur peut supporter 400kg.

2. Montrer que toutes la famille pourra utiliser l'ascenseur.

Exercice 4 (calculer, représenter, chercher)**.** Chez Uratini il pleut à 10 h et la précipitation est de 2 mm en moyenne par heure.

1. Remplir le tableau suivant.

Heure	10h	11h	12h	13h	14h	15h
Hauteur d'eau (en mm)						

Uratini possède un silo de 1,5 cm de hauteur.

2. Est-ce que le silo est rempli à 15h ? Justifier.

Exercice 5 (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** Uratini a acheté une bouteille d'eau de 15 dL. Le problème consiste à savoir quand la bouteille sera vide après qu'il ait tout bu.

1. A l'aide du tableau ci-dessous, montrer que le volume de la bouteille d'eau est de 1,5 L.

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL

2. Convertir 1,5 L en mL.

Uratini a une règle stricte pour boire de l'eau.

— règle 1 : Uratini commence à boire à 9h du matin.

— règle 2 : Uratini boit 100 mL **chaque heure**.

3. Montrer que Uratini a bu 200 mL à 11h du matin.
4. Montrer que Uratini a bu 1500 mL à 24h du soir et que la bouteille est vide à cette heure là.

Fin de séquence.

1.4.3 Examen

Exercice 1 (calculer)**.** Convertir une longueur de 1 km en mm.

Exercice 2 (calculer, chercher)**.** Au mois de Janvier 2024, Uratini mesurait 1,34 m. Durant l'année, il a grandi de 8 cm chaque mois à partir de Janvier.

1. Quelle est la taille de Uratini en Février 2024 ?
2. Quelle est la taille de Uratini à la fin de l'année ?

Exercice 3 (chercher, calculer, communiquer)**.** Au magasin *Super U* de Paopao, Uratini hésite entre deux marques de lait :

— Alpro : 1 000 mL à 640 cfp.

— Candia : 0,1 daL à 395 cfp.

Le problème consiste à savoir quelle marque Uratini choisira.

1. A l'aide du tableau ci-dessous, quelle marque de lait contient le plus de lait et est le moins cher ? Justifier votre réponse.

kL	hL	daL	L	dL	cL	mL

Exercice 4 (calculer, représenter, chercher)**.** Uratini a parcouru 95 % d'un parcours de 10 km. Donner la distance restante (en km) pour Uratini avant d'arriver au bout du parcours.

1.5 Mesure des longueurs

Pour protéger un terrain, on utilise plusieurs moyens : clôtures, haies, etc. Or, combien en faudra-t-il si on veut en avoir le maximum pour payer peu. Cette problématique en est une parmi d'autres qui couvre la notion de périmètre.

Toutes les figures dans ce chapitre seront dans le plan. On rappelle que la longueur entre deux points du plan désigne la distance la plus courte pour relier ces deux points.

1.5.1 Périmètre d'un polygone

Commençons par définir la notion de périmètre.

Objectif(s) d'enseignement. Calculer des longueurs, des périmètres simples et complexes.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux.

Activité de recherche 1. Le terrain de Uratini a été représenté dans la figure ci-dessous.

1. Relever les longueurs de tous les côtés de cette figure avec une règle graduée (en cm).
2. Calculer la longueur du contour de cette figure.

   A échelle réelle (dans la vraie vie), l'unité utilisée pour la longueur des contours est le mètre.

3. Calculer la longueur du contour de cette figure en mètre.
4. **Leçon.** Compléter la phrase suivante.

   « On appelle périmètre la longueur   d'une figure fermé du plan. »

Définition. On appelle périmètre $\mathscr{P}$ d'une figure la longueur de son contour.

Naturellement, nous avons appliqué la notion de périmètre sur un polygone (figure fermé ayant un nombre fini de côté). Cette définition vaut aussi pour d'autres figures plus complexes : cercles, figures composées, etc.

Méthode. Calculer le périmètre d'une figure c'est calculer la somme de la longueur de son contour.

En particulier, on sera souvent amené à décomposer une figure composée en figures plus simples pour calculer le périmètre.

Propriété. *Le périmètre $\mathscr{P}$ d'un carré de côté c est exactement donné par la formule $\mathscr{P} = 4 \times c$.*

Démonstration. Un carré à 4 côtés donc le périmètre c'est

$$c + c + c + c \text{ ou encore } 4 \times c$$

□

Propriété. *Le périmètre $\mathscr{P}$ d'un rectangle de longueur ℓ et de largeur L est exactement $\mathscr{P} = 2 \times \ell + 2 \times L$.*

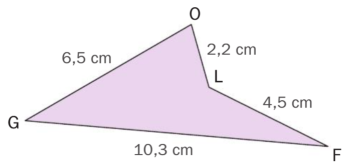
Démonstration. Un rectangle à 2 côtés de même largeur et 2 côtés de même longueur donc le périmètre c'est

$$\ell + L + \ell + L \text{ ou encore } 2 \times \ell + 2 \times L$$

□

Ces propriétés sont élémentaires car elles sont ce qu'il y a de plus simples. Vous verrez des figures plus complexes mais vous retrouverez toujours les figures « classiques » telles que le carré, le rectangle ou encore le triangle. Ces figures seront abordés dans les trimestres qui arrivent.

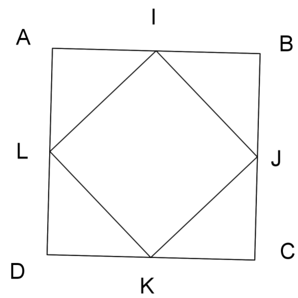
Exercice 1. Dans la figure ci-dessous.



1. Donner son périmètre avec l'unité indiqué sur ses côtés.
2. Convertir ce périmètre en m.

Devoir 1. Avec la règle graduée, remplir le tableau ci-dessous en calculant le périmètre de chaque figure.

Figure	Périmètre (en cm)
ALI	
$IBJKL$	
$LKJCD$	



Fin de la première partie.
Pour la suite, pensez à faire le devoir pour vous exercez.

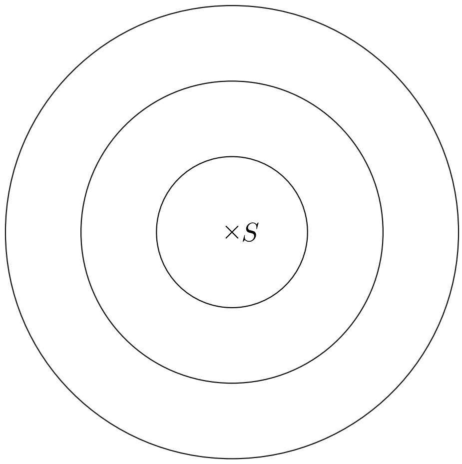
1.5.2 Périmètre d'un cercle

Pour des raisons de simplicité, la notion de périmètre est classiquement introduite sur les polygones. Cette partie traitera de cette notion sur une figure plus complexe : le cercle.

Objectif(s) d'enseignement. Savoir que le périmètre d'un cercle est proportionnel à son diamètre. Connaître la formule du périmètre d'un disque. Calculer le périmètre d'un disque.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux.

Activité de recherche 2 (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** Le système solaire est composée de 6 « planètes » identifiées (dont la planète Terre) qui tournent autour du soleil.



1. Résoudre l'opération à trou

$$6,28 = 2 \times \dots$$

   On notera π, qu'on prononce littéralement « pi », ce nombre.

2. Remplir le tableau ci-dessous.

Diamètre (en cm)	2		
Périmètre (approximé en cm)	6,28	12,56	18,84

Tableau. Diamètres et périmètres des cercles.

   Indication. A partir de la question précédente, trouver quel nombre qui, multiplier par les diamètres de la ligne 1, donne leur correspondant à la ligne 2.

3. **Leçon.** Compléter la phrase suivante.

« Le périmètre P d'un cercle de rayon r est

$$P = \pi \times \dots$$

Pour n'importe quel cercle $\mathscr{C}$ de centre O et de rayon $r > 0$, pour n'importe quel points $A \in \mathscr{C}$ et $B \in \mathscr{C}$, on écrit.

Définition. On appelle

— rayon de $\mathscr{C}$ la longueur entre le centre et n'importe quel point sur $\mathscr{C}$.
— corde $[AB]$ dans $\mathscr{C}$ le segment $[AB]$ sur $\mathscr{C}$.
— diamètre de $\mathscr{C}$ la corde passant par O.

En pratique, pour mesurer le contour d'une figure, on peut utiliser un lacet :

1. On mesure sa longueur.
2. On le reporte sur la figure en faisant régulièrement des marquages tout autour de la figure.

Propriété. *Le diamètre, noté d, de $\mathscr{C}$ est donné par la formule*

$$d = 2 \times r$$

Démonstration. On raisonne par définition du diamètre.
Le diamètre est la longueur de la corde passant par le centre O et n'importe quels points de $\mathscr{C}$. En particulier, O est le milieu de cette corde et la distance entre O et les extrémités de la corde vaut r. Donc, la longueur totale vaut

$$d = 2 \times r$$

□

Propriété (admis)**.** *Le périmètre P d'un cercle de rayon r est*

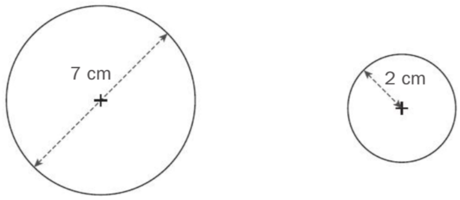
$$P = d \times \pi \text{ ou encore } 2 \times r \times \pi$$

Remarque. *On appelle nombre pi, noté π, le nombre qui, multiplié par le diamètre, donne le périmètre de tout cercle.*

Ceci fait transpirer la notion de proportionnalité même si c'est assez implicite.

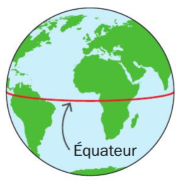
Exercice 2. Calculer une longueur approchée de chaque cercle.

Indication. On prendra $\pi \simeq 3,14$.



Devoir 2. Le rayon de la Terre est de 6 378 km.

1. Calculer la longueur de l'équateur terrestre (grand cercle autour de la Terre) au km près.



Fin de la seconde partie.
Prenez la peine de faire les exercices.

1.5.3 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes impliquant des longueurs.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux. Périmètres de cercle et de polygone.

Exercice 3 (chercher, communiquer)**.** Quel est le diamètre d'un cercle contenant les sommets d'un carré de 2 cm ? Justifier.

Exercice 4 (chercher, calculer, représenter, raisonner)**.** Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon 10 cm. Soit $\mathscr{C}'$ un cercle de centre O aussi dont le rayon vaut la moitié de celui du cercle $\mathscr{C}$. Calculer le périmètre de $\mathscr{C}'$.

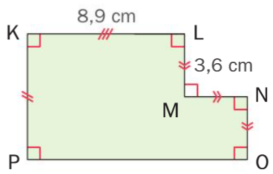
Exercice 5 (chercher, calculer, communiquer)**.** Calculer le périmètre d'un cercle de rayon $r = 3$. Construire ce cercle.

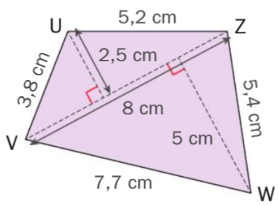
Exercice 6 (chercher)**.** La piscine de Uratini vérifie les caractéristiques suivantes :

- Son périmètre est dans la table de multiplication de 4.
- Son périmètre est un entier inférieur à 20.
- Son périmètre est dans la table de multiplication de 3.

1. Quelle est la longueur de chaque côté du carré ? Justifier.

Exercice 7 (calculer)**.** Calculer le périmètre de chaque figure ci-dessous.

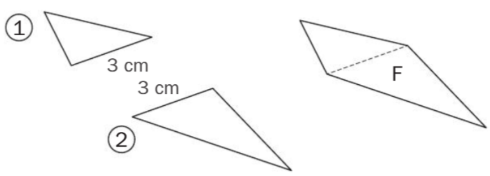




Exercice 8 (chercher)**.** Est-ce qu'il existe un carré et un rectangle qui peuvent avoir le même périmètre ? Si oui, donner un exemple. Si non, donner un exemple.

1. Calculer le périmètre de la figure F.

Exercice 9 (calculer)**.** Le triangle 1 a un périmètre égale à 10 cm. Le triangle 2 a un périmètre de 14 cm. La figure F est obtenue en accolant les deux triangles.



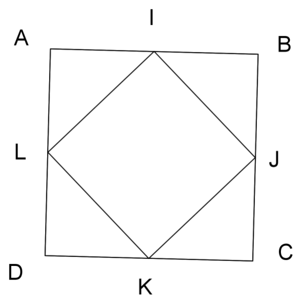
1. Calculer le périmètre de la figure F.

Fin de séquence

1.5.4 Examen

Exercice 1. Avec la règle graduée, remplir le tableau ci-dessous en calculant le périmètre de chaque figure.

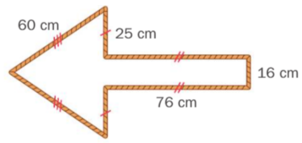
Figure	Périmètre (en cm)
ALI	
$IBJKL$	



Exercice 2. On note $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon $r = 3$ cm.

1. Montrer que le périmètre de $\mathscr{C}$ est égale à, environ, $18,8$ cm.
2. Construire ce cercle sur votre feuille à carreaux.

Exercice 3. Pour son prochain live Twitch, Uratini achète une bande lumineuse pour l'accrocher sur son mur. Avec une corde, il obtient le schéma ci-dessous.



1. Quelle longueur lui faut-il pour que sa bande lumineuse ressemble à la figure ci-dessus ?

Exercice 4. En se promenant en France, Uratini a trouvé une pièce de 5 centimes datant de 1938 par terre.

1. Montrer que le périmètre de la pièce est, environ, égale à 151 mm.

Une pièce de 100 CFP (les nouveaux modèles) fait 30 mm.

2. Comparer le périmètre des pièces. Qui a le plus grand périmètre ? Justifier.

Fin de l'examen 5

1.6 Fractions décimales

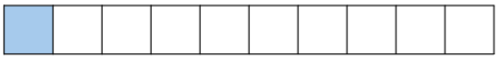
Ce chapitre revisite plus rigoureusement les nombres décimaux et précisément la notion de pourcentage.

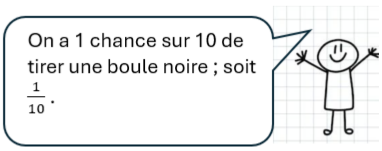
1.6.1 Fractions décimales

Objectif(s) d'enseignement. Calculer une proportion (rapport entre une partie et le tout) et l'exprimer sous forme de pourcentage dans des cas simples.

Pré-requis. Nombres entiers.

Apprentissage. Dans une urne il y a 10 boules : 1 boule noire et 9 boules blanches. Quelles sont les chances de tirer une boule noire ?



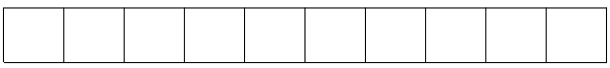


Activité de recherche 1. On dispose de 10 gâteaux de forme cubiques :

- 6 gâteaux bleus à la myrtille.
- 4 gâteaux verts à la poire.

1. Colorier les gâteaux à la myrtille.

Gâteaux à la myrtille



2. Donner le rapport entre les gâteaux à la myrtille et tous les gâteaux en complétant

   « Il y a ... gâteaux à la myrtille sur 10, soit $\frac{\cdots}{\cdots}$ »

   Après commande, il y a 100 gâteaux avec 60 gâteaux à la myrtille et 40 gâteaux à la poire.

3. Donner le rapport entre les gâteaux à la myrtille et tous les gâteaux.
4. **Leçon.** En s'inspirant des questions précédentes, définir le mot fraction décimale.

La notion de portion permet de définir empiriquement la notion de fraction.

Définition. On appelle fraction décimale tout nombre s'écrivant sous la forme

$$\frac{a}{\underbrace{10 \times \cdots \times 10}_{k \text{ fois}}}$$

avec $a, k \in \mathbb{N}$. On lit alors « a sur b » et on appelle a le numérateur.

On rappelle que $\mathbb{D}$ désigne l'ensemble des nombres décimaux.

Remarque complémentaire. *Une fraction décimale est une représentation d'un nombre. Par exemple,*

Fraction décimale	**Nombre décimale**	**Nombre entier**
$\frac{56}{1}$	$56,0$	56
$\frac{7}{10}$	$0,7$	aucun

Remarque complémentaire. *Tous les nombres décimaux sont des entiers. Précisément,*

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{D}$$

Exercice 1. On dispose de 1000 gâteaux de forme circulaire :

— 500 gâteaux au chocolat.
— 250 gâteaux à la vanille.
— 250 gâteaux à la fraise.

1. Montrer qu'il y a $\frac{500}{1000}$ gâteaux au chocolat.
2. Compléter le tableau ci-dessous.

Gâteau	Chocolat	Vanille	Fraise	Total
Fraction		$\frac{250}{1000}$	$\frac{1000}{1000}$	
Pourcentage			25 %	100 %

Devoir 1 (communiquer)**.** Il y a 100 000 habitants dans les *Tuamotu* et seulement 90 000 habitants sont âgés de plus de 50 ans. Montrer qu'il y a $\frac{90000}{100000}$ d'habitants âgés de plus de 50 ans dans les *Tuamotu* ; soit 90 %.

Fin de la première séance.
Pour la suite, nous étudierons les mêmes caractéristiques que sur les entiers et les décimaux.

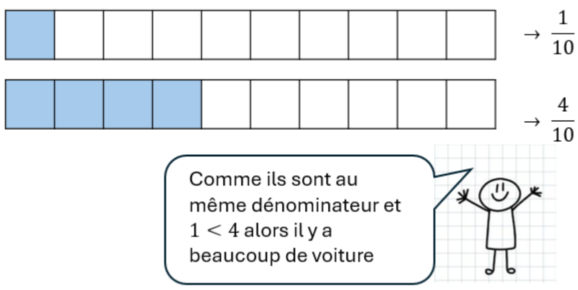
1.6.2 Comparaison de fractions décimales

Objectif(s) d'enseignement. Placer une fraction sur une demi-droite graduée dans des cas simples. Graduer un segment de longueur donnée. Utiliser une multiplication pour appliquer une fraction à un nombre entier. Connaître le lien avec la division par 10, 100 et par 1 000. Associer et utiliser différentes écritures d'un nombre décimal : écriture à virgule, fraction, nombre mixte, pourcentage.

Apprentissage. Dans le *Tauati Ferry* il y a

- $\frac{1}{10}$ de scooters.
- $\frac{4}{10}$ de voitures.
- $\frac{5}{10}$ de camions à citerne.

Est-ce qu'il plus de voitures que de scooters ?



Activité de recherche 2. Dans une urne, il y a 10 boules indiscernables au touchés :

- 3 boules rouges.
- 5 boules noires.
- 2 boules jaunes.

1. Ci-dessous, colorer le nombre boules noires et déduire le nombre de chance d'obtenir une boule noire. Donner ce nombre en fraction décimale.

Boules noires										

2. Ci-dessous, colorer le nombre boules rouges et déduire le nombre de chance d'obtenir une boule rouge. Donner ce nombre en fraction décimale.

Boules rouges										

3. Est-ce qu'on a plus de chance tirer une boule rouge qu'une boule noire ? Justifier.
4. **Leçon.** Donner une technique comparer deux fractions décimales.

Nous arrivons alors à ce résultat que nous allons admettre.

Théorème (admis)**.** *Toute fraction décimale est comparable.*

En pratique, nous utiliserons une demi-droite ou encore d'autres représentations.

Méthode. Pour comparer deux fractions décimales, de même dénominateur, on utilise une demi-droite graduée.

1. on place les fractions sur la demi-droite.
2. on les compare.

Accessoirement, on peut aussi les représenter sous forme décimale et les comparer : soit à la calculatrice, soit à la main.

Exercice 2 (chercher, représenter, communiquer)**.** Uratini a acheté 100 citrons :

- ▶ $\frac{5}{10}$ des citrons sont mûrs.
- ▶ $\frac{4}{10}$ des citrons sont trop mûrs.
- ▶ $\frac{1}{10}$ des citrons ne sont pas mûrs.

1. Montrer qu'il y a beaucoup de citrons qui sont mûrs.

Devoir 2 (chercher, représenter, communiquer)**.** Lors d'une course de 10 km, on a :

— Uratini qui court $\frac{7}{10}$ du parcours avant de marcher jusqu'à l'arrivée.
— Orirau qui court $\frac{2}{10}$ du parcours avant de marcher jusqu'à l'arrivée.
— Rava qui court $\frac{5}{10}$ du parcours avant de marcher jusqu'à l'arrivée.

1. Dresser un classement des trois coureurs de celui qui a marché en début de parcours à celui qui a marché en fin de parcours.

Fin de la seconde séance.

Pour la suite, vous pouvez vous exercer sur les situations de la vie courante.

1.6.3 Problèmes

Exercice 3 (représenter)**.** Écris sous forme décimale :

1. $\frac{25}{100}$
2. $\frac{306}{1000}$
3. $\frac{12345}{1000}$

Exercice 4 (représenter)**.** Complète :

1. $0,8 = \frac{\dots}{10}$
2. $3,45 = \frac{\dots}{100}$
3. $7,006 = \frac{\dots}{1000}$

Exercice 5 (chercher)**.** Entoure les nombres qui sont des fractions décimales.

$$\frac{5}{10}, \frac{5}{8}, \frac{1}{70}, \frac{24}{1000}, \frac{10}{2} \text{ et } \frac{1000}{100000}$$

Exercice 6. Uratini achète une tablette de 10 morceaux de chocolats. Il partage avec Hereiti :

- elle en prend $\frac{7}{10}$
- Uratini prend le reste.

1. Représenter le problème avec des barres.
2. Combien de morceaux de chocolats restera-t-il pour Uratini ? Justifier. On donnera la réponse sous la forme d'une fraction décimale.

Exercice 7. Dans un champ de bananes, $\frac{70}{100}$ des bananes ont muris, $\frac{20}{100}$ ne sont pas encore mûrs et le reste est impropre à la consommation.

1. Est-ce que le nombre de banane est largement supérieur aux nombres de bananes pourris et pas encore mûrs ? Justifier.

Exercice 8. Hivanui coupe un ruban en 8 morceaux de même taille. Le ruban mesure 26 m de long au total.

1. Représenter le problème avec des barres.
2. Quelle est la longueur d'un morceau ? Justifier. On donnera la réponse sous la forme d'une fraction décimale.

Exercice 9 (raisonner, communiquer)**.** Marie a un ruban rouge et un ruban bleu. Le ruban rouge mesure 11 m et est 5 fois plus long que le ruban bleu.

1. Représenter le problème avec des barres.
2. Quelle est la longueur du ruban bleu ? Justifier. On donnera la réponse sous la forme d'une fraction décimale.

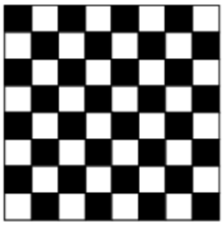
Exercice 10 (calculer, chercher)**.** Une première sauterelle fait des sauts de 5 cm et la deuxième de 3 cm. Elles partent toutes les deux du bord d'une planche de 2 m.

1. Laquelle des deux sauterelles arrivera exactement à l'extrémité de la planche ?
2. Combien de sauts, au minimum, devra faire chaque sauterelle pour atteindre l'extrémité de la planche ?

1.6.4 Examen

Sauf mention explicite du contraire, on donnera les réponses sous la forme d'une fraction décimale.

Exercice 1 (raisonner, communiquer)**.** Dans l'image ci-dessous.



1. Donner sous forme de fraction décimale le nombre de cases noirs.
2. Donner sous forme de fraction décimale le nombre de cases blanches.

Exercice 2. Rainui a répartit 2 litres de lait équitablement dans 5 carafes.

1. Quelle quantité de lait chaque carafe contient-elle ? Justifier.

Exercice 3. Hivanui coupe un ruban en 8 morceaux de même taille. Le ruban mesure 26 m de long au total.

1. Quelle est la longueur d'un morceau ? Justifier.

Exercice 4 (calculer, chercher)**.** Une première sauterelle fait des sauts de 5 cm et la deuxième de 3 cm. Elles partent toutes les deux du bord d'une planche de 2 m.

1. Laquelle des deux sauterelles arrivera exactement à l'extrémité de la planche ?
2. Combien de sauts, au minimum, devra faire chaque sauterelle pour atteindre l'extrémité de la planche ?

Chapitre 2

Deuxième trimestre

2.1 Droites sécantes

Ce chapitre étend la notion de droites vers la position qu'elle occupe par rapport à d'autres droites dans le plan.

Toutes les figures géométriques dans ce chapitre sont dans le plan.

2.1.1 Définition

Commençons par un exercice de classification.

Objectif(s) d'enseignement. Définir une droite sécante et celles qui sont particulières.

Pré-requis. Notion de droites.

Apprentissage. Classer des objets c'est les trier (ou les ranger) en suivant une règle donnée.

Activité de recherche 1. Uratini a récupéré des plans de routes dans certains endroits sur Moorea. Le tableau 2.1 rassemble ces plans sous forme de figure.

1. Classer les figures dans la colonne appropriée.

Droites sécantes		Droites non sécante
Droite non perpendiculaires	Droites perpendiculaires	

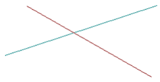


Figure 1

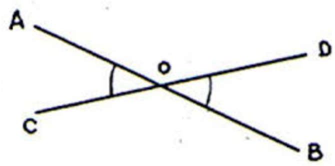


Figure 2 [1]

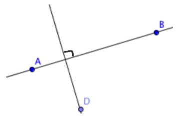


Figure 3 [2]

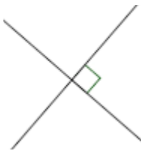


Figure 4

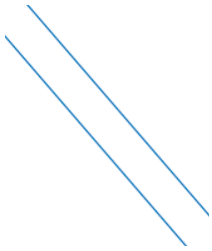


Figure 5

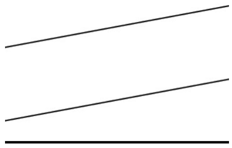


Figure 6

TABLE 2.1 – Plans de routes récupérés par Uratini.

Indication. Une figure peut se situer sur deux colonnes à la fois.

2. Compléter le tableau.

Si j'ai :	Alors :
	les deux droites sont sécantes.
	les deux droites sont parallèles.
	les deux droites sont perpendiculaires.

3. **Leçon.** Compléter la leçon.

> **Chapitre 7.** Droites sécantes.
>
> **I. Définitions**
>
> **Définitions.** Deux droites sécantes sont deux droites qui ....
>
> Deux droites perpendiculaires sont deux droites qui se croisent en ....
>
> Deux droites parallèles sont deux droites ....

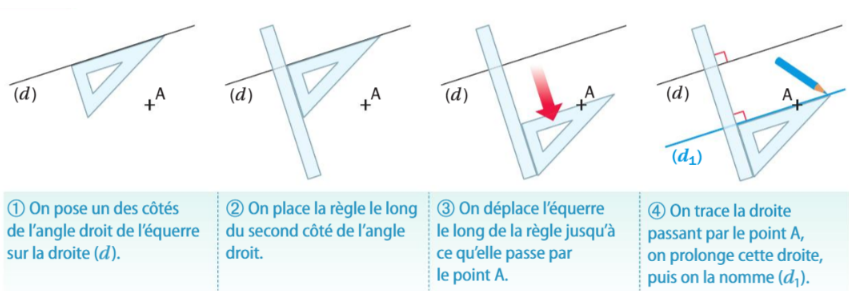
Définition. On dit que deux droites sont sécantes si les droites se croisent. Sinon, on dit qu'elles sont parallèles. Deux droites sécantes sont perpendiculaires si elles se croisent en angle droit.

Pour n'importe quelles droites $(d), (d')$ du plan.

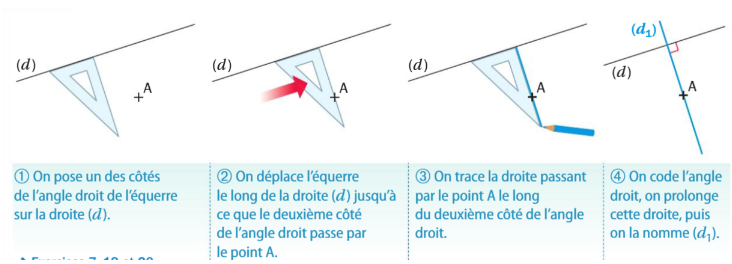
- si (d) et (d') sont parallèles alors on note $(d) \parallel (d')$.
- (d) et (d') sont perpendiculaires alors on note $(d) \perp (d')$.

La notion de droites perpendiculaires fait directement appelle aux instruments de mesure, notamment l'équerre.

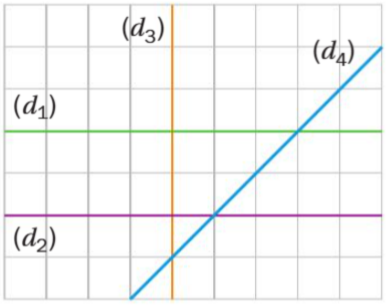
Méthode. Pour tracer deux droites parallèles on effectue :



Méthode. Pour tracer deux droites perpendiculaires on effectue :

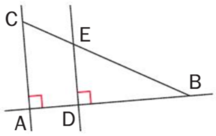


Exercice 1. Dans la figure ci-dessous



1. Compléter avec le bon codage :
   — $(d_1) \dots (d_3)$
   — $(d_2) \dots (d_3)$
   — $(d_1) \dots (d_2)$

Devoir 1. Remettre les étapes du programme de construction dans l'ordre.



① Elle coupe [BC] en E.
② Tracer deux droites (AC) et (AB) perpendiculaires.
③ Placer un point D sur le segment [AB].
④ Tracer la droite parallèle à (AC) passant par D.

Fin de la première partie.
Pour la suite, les instruments de géométries doivent être pris : l'équerre et la règle. L'intérêt de l'approche avec l'instrument vous permet de saisir plus efficacement la construction géométrique et de réaliser des mesures plus précises.

2.1.2 Problèmes

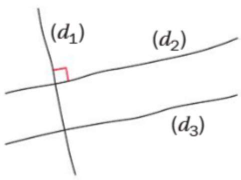
Exercice 2. Compléter le tableau ci-dessous.

Langage mathématiques	Langage français	Représentation géométrique
$(d) \perp (d')$ et $(d) \perp (d'')$	La droite (d) est perpendiculaire à (d') et (d'')	
	Les droites (AB) et (CD) sont parallèles à (EF)	
$(d) \perp (d')$ et $(d) \parallel (d'')$		
	(h) et (h') sont perpendiculaires et (h'') est parallèle à (h')	

Exercice 3. Dans la figure ci-dessous, on a :

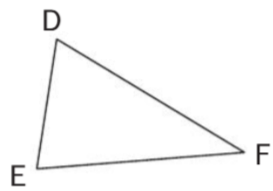
— $(d_1) \perp (d_2)$

— $(d_3) \parallel (d_2)$



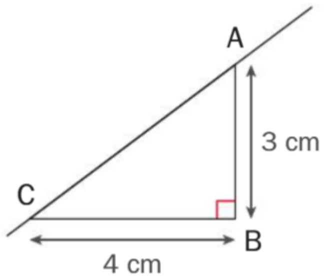
1. Que peut-on dire des droites (d_1) et (d_3) ? Justifier.

Exercice 4. Cet exercice consiste à tracer les hauteurs de triangle. Dans la figure ci-dessous,



1. Tracer la droite (h) telle que $D \in (h)$ et $(h) \perp [EF]$.
2. Tracer la droite (h') telle que $F \in (h')$ et $(h') \perp [ED]$.
3. Tracer la droite (h'') telle que $E \in (h'')$ et $(h'') \perp [FD]$.
4. Est-ce que les droites (h), (h') et (h'') sont sécantes ? Justifier.

Exercice 5. Dans la figure ci-dessous,



1. La reproduire à échelle réelle.
2. Nommer deux droites perpendiculaires.
3. Nommer deux droites non perpendiculaires.
4. Tracer la droite (d) telle que $(d) \perp (BC)$ et $C \in (d)$.

2.1.3 Examen

Exercice 1 (représenter)**.** Construire une figure en suivant les étapes suivantes.

1. Construire un triangle ABC
2. Placer un point D à l'intérieur du triangle.
3. Tracer les droites (d_1), (d_2) et (d_3) parallèle aux côtés du triangle ABC et passant par D.

Exercice 2 (chercher, représenter, raisonner)**.** En combien de points les hauteurs d'un triangle se croisent ? Justifier.

Exercice 3 (chercher, représenter, raisonner)**.** En combien de points les diagonales d'un carré se croisent ? Justifier.

Exercice 4 (représenter, raisonner, communiquer)**.** Hivahere pense que les côtés opposés d'un rectangle sont parallèles. A-t-elle raison ?

2.2 Repérage sur une demi-droite graduée

Une grande partie des technologies modernes bénéficient d'un système d'orientation : repérage dans l'espace, repérage sur une carte ou sur un itinéraire.

Ce chapitre vous donne les méthodes qui vous permettront de comprendre comment lire ce que ces systèmes suggèrent comme information.

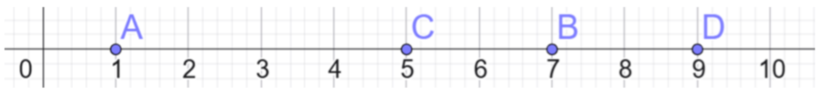
2.2.1 Points à coordonnée entière

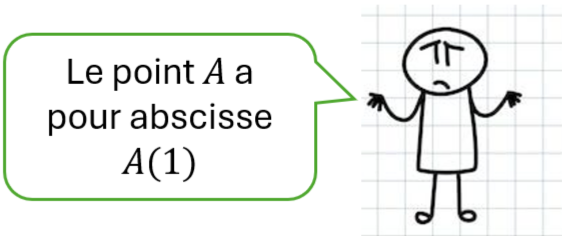
Commençons par un cas très simple : le repérage sur une droite.

Objectif(s) d'enseignement. Savoir se repérer sur la demi-droite à graduation entière.

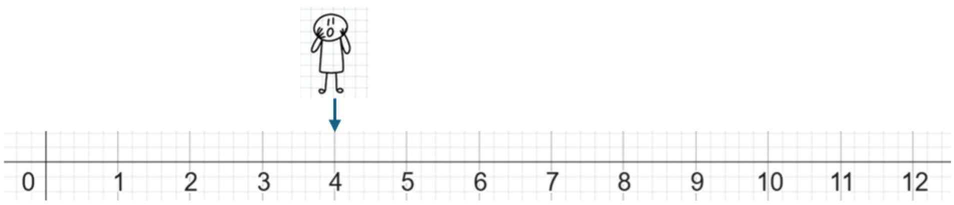
Pré-requis. Nombres entiers.

> **Apprentissage.** Quelle est l'abscisse du point A ?





Activité de recherche 1. Dans la figure ci-dessous.



1. Donner la position du bonhomme sur cette règle.
2. **Leçon.** Compléter la leçon.

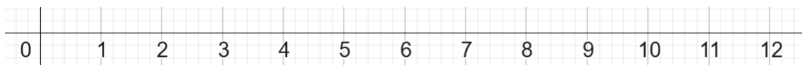
Chapitre 8. Repérage sur une demi-droite graduée.

I. Points à coordonnée entière

Méthode. Pour repérer un point à coordonnée entière sur une demi-droite graduée alors on suit la procédure :

Exercice 1. Placer les points d'abscisses

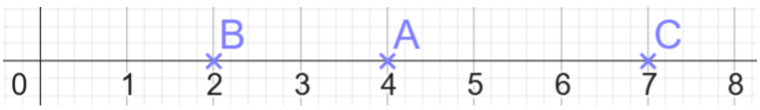
- $A\,(1+1+1+1+1)$
- $B\,(1+3\times 2)$



Méthode. Pour se repérer sur une droite graduée, on repère sa position par rapport à l'origine.

Naturellement, se repérer sur une droite non graduée est encore plus difficile. On peut s'en sortir en représentant arbitrairement une graduation et se donner une position sur elle. Malheureusement, en le se faisant arbitrairement, tout le monde n'aura pas la même graduation puisque chacun à décider de représenter sa propre graduation.

Devoir 1 (chercher, calculer, représenter)**.** Donner l'abscisse de tous les points.



Fin de la 1ère partie.
Cette partie pose les bases du repérage pour la suite.

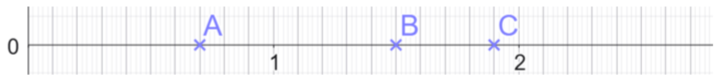
2.2.2 Points à coordonnée fractionnaire

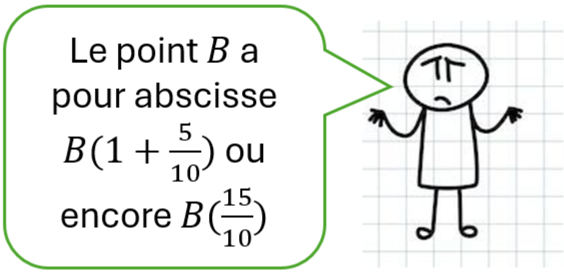
On continue vers les droites graduées dont l'unité est fractionnée. Nous profiterons aussi de cette partie pour introduire la notion de fraction à dénominateur autre que 10, 100, 1000, etc.

Objectif(s) d'enseignement. Savoir se repérer sur la demi-droite à graduation entière fractionnée.

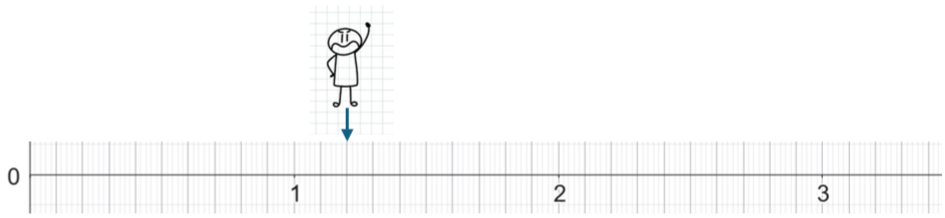
Pré-requis. Nombres entiers, fractions décimales.

Apprentissage. Quelle est l'abscisse du point B ?





Activité de recherche 2. Dans la figure ci-dessous.



1. Donner la position du bonhomme sur cette règle.
2. **Leçon.** Compléter la leçon.

II. Points à coordonnée fractionnaire

Méthode. Pour repérer un point à coordonnée fractionnaire sur une demi-droite graduée alors on suit la procédure :

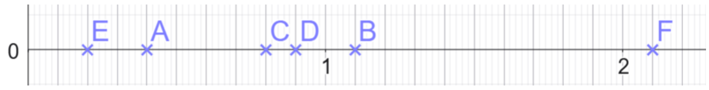
Méthode. Pour se repérer sur une droite graduée, on repère sa position par rapport à l'origine.

Naturellement, se repérer sur une droite non graduée est encore plus difficile. On peut s'en sortir en représentant arbitrairement une graduation et se donner une position sur elle. Malheureusement, en le se faisant arbitrairement, tout le monde n'aura pas la même graduation puisque chacun à décider de représenter sa propre graduation.

Exercice 2. Placer les points d'abscisses

- $A\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}\right)$
- $B\left(1+\frac{1}{10}\right)$

Devoir 2. Donner l'abscisse de tous les points.



Fin de la deuxième partie.
Pensez à résoudre les problèmes ci-dessous.

2.2.3 Problèmes

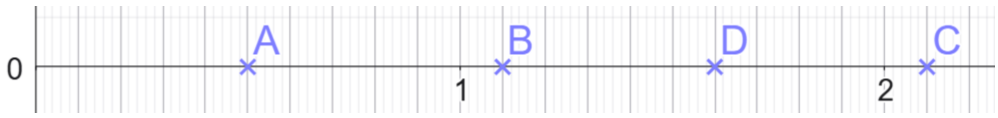
Exercice 3. Uratini fait la course avec Hivanui. Sur le parcours, Uratini est à l'abscisse $U\left(\frac{90}{100}\right)$ et Hivanui à l'abscisse $H\left(\frac{89}{100}\right)$. Qui est le plus proche de l'arrivée ? Justifier.

Indication. N'hésiter pas à représenter ces points sur une demi-droite.

Exercice 4. Comparer les fractions décimales suivantes de deux manières différentes.

$$12345+\frac{5}{10} \text{ et } 12345+\frac{8}{10}$$

Exercice 5. Donner l'abscisse de tous les points ci-dessous.



Exercice 6. Comparer les fractions décimales suivantes de deux manières différentes.

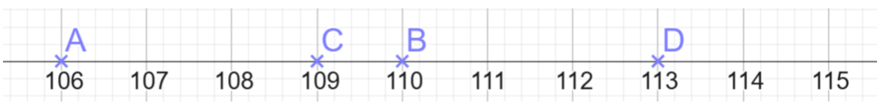
$$12345+\frac{5}{10} \text{ et } 12346+\frac{8}{10}$$

Exercice 7. Sur un parcours de 10 étapes, on a

- Uratini qui a parcouru $\frac{8}{10}+\frac{1}{10}$.
- Terava qui a parcouru $\frac{7}{10}+\frac{2}{10}$.

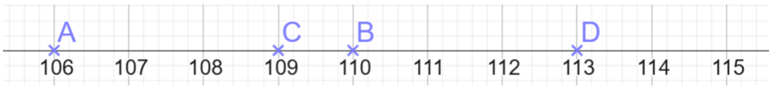
1. Représenter leur position sur une demi-droite.
2. A quelle position sont-elles ? Justifier.

Exercice 8. Donner l'abscisse de tous les points ci-dessous.



2.2.4 Examen

Exercice 1. Donner l'abscisse de tous les points ci-dessous.



Exercice 2. Comparer les fractions décimales suivantes de deux manières différentes.

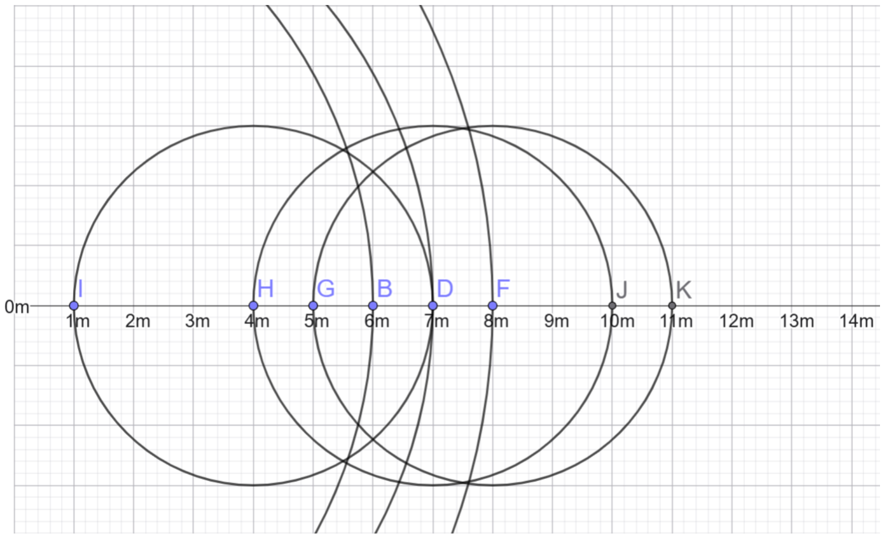
$$12345 + \frac{5}{10} \text{ et } 12346 + \frac{8}{10}$$

Exercice 3. Sur un parcours de 10 étapes, on a

- Uratini qui a parcouru $\frac{8}{10} + \frac{3}{10}$.
- Terava qui a parcouru $\frac{6}{10} + \frac{2}{10}$.

1. Représenter leur position sur une demi-droite.
2. A quelle position sont-elles ? Justifier.

Exercice 4. Uratini lance des cailloux dans la rivière chez lui à Maharepa. Il modélise ses lancés sur une feuille en notant chaque caillou par des lettres. L'unité sur la droite est le cm.



1. Donner l'abscisse de tous les cailloux.
2. Quel est le caillou qui a été jeté le plus loin ? Justifier.
3. Combien de cailloux sont tombés entre 3m et 9m ? Justifier.

2.3 Triangles

Prenez une assiette et lancé-la par terre. Vous verrez qu'une grande partie des morceaux sont de forme triangulaire. Même si cela ne saut pas aux yeux, ce phénomène se généralise à tout objet convexe ; toute figure convexe se décompose en triangles (EUCLIDE). Dans la vraie vie, on le rencontre dans nos GPS (triangularisation satellitaire), etc. C'est pourquoi, l'étude des triangles est incontournable.

Toutes les figures de ce chapitre sont dans le plan.

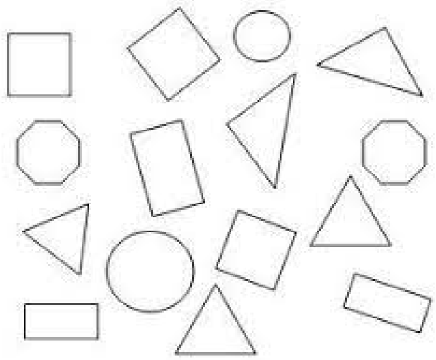
2.3.1 Définition

Commençons par formaliser la notion de triangle.

Objectif(s) d'enseignement. Définir un triangle avec ses côtés.

Pré-requis. Segments et leurs longueurs.

Activité de recherche 1. On considère la figure suivante.



1. Donner une règle très simple qui permet de trier ces figures en 4 familles différentes.
2. **Leçon.** Compléter la leçon.

Chapitre 9. Triangles

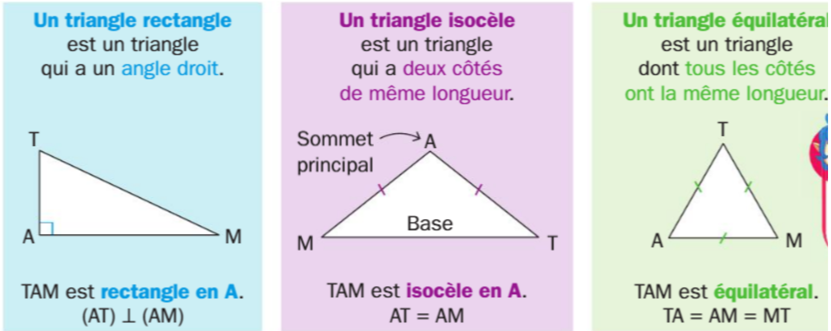
Toutes les figures dans ce chapitre sont dans le plan.

I. Définition

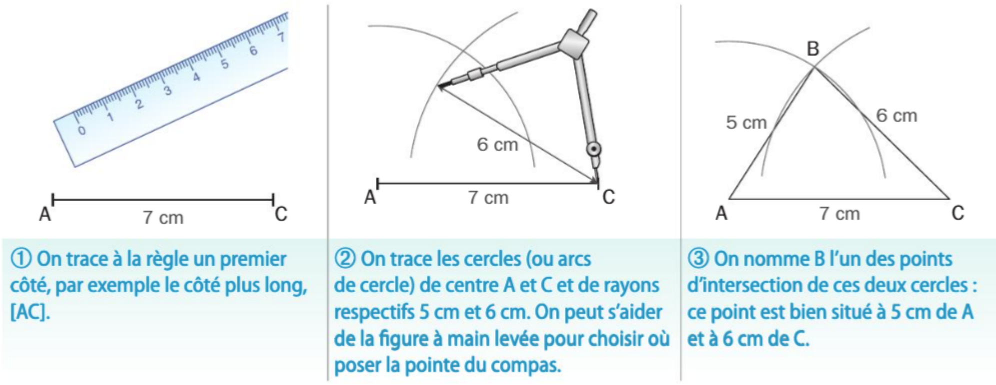
Définition. On appelle triangle toute figure avec ... ... côtés.

Définition. On appelle triangle les figures avec trois côtés.

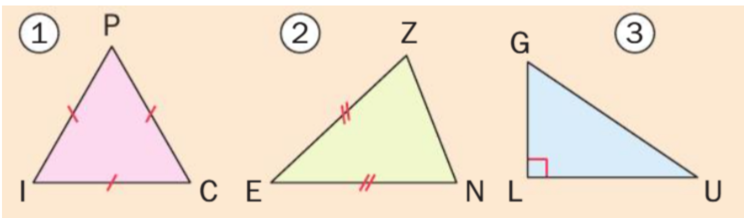
Remarque. *On peut classer les triangles en trois grandes familles.*



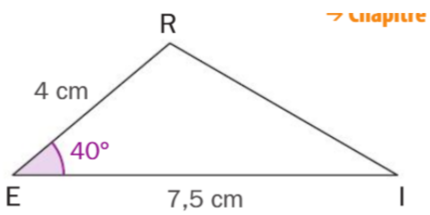
Méthode. Pour construire un triangle, on fait



Exercice 1. Donner la nature des triangles ci-dessous.



Devoir 1. Ecrire un programme qui permet de dessiner la figure ci-dessous.



Fin de la première séance.

Pour la suite, essayez de faire les problèmes pour la prochaine séance.

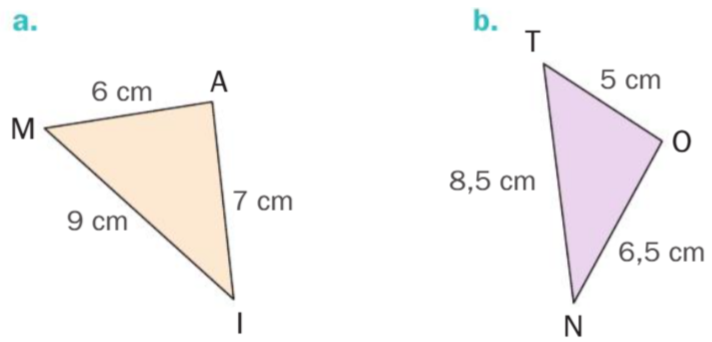
2.3.2 Problèmes

Exercice 2. Soient ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm.

1. Montrer que les médiatrices des côtés de ABC se coupent en un seul et unique point, qu'on note O.
2. Représenter le point O comme le centre d'un cercle dans lequel ABC est inscrit à l'intérieur.

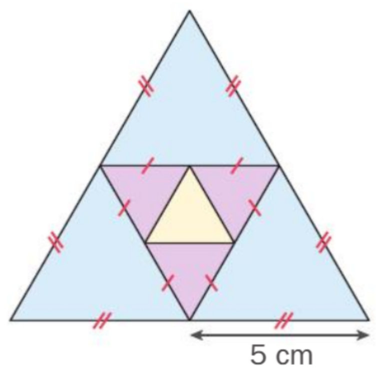
Exercice 3. Représenter un triangle où ses hauteurs s'intersectent en un seul point. Peut-on tracer un cercle auquel tous ses points lui appartient ?

Exercice 4. Construire en vraie grandeur les triangles ci-dessous.

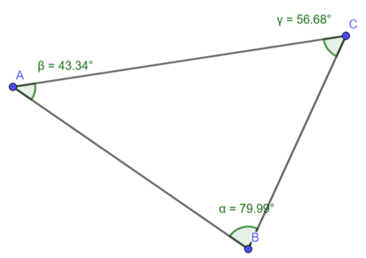


Exercice 5. Représenter un triangle où ses médiatrices s'intersectent en un seul point. Peut-on tracer un cercle qui s'intersecte avec ses côtés ?

Exercice 6. Construire la figure ci-dessous.



Exercice 7. Dans la figure ci-dessous.



1. Placer un point à l'intérieur du triangle ABC, on le notera D.
2. Tracer la droite parallèle à (AC) et qui passe par D, on le notera (d)
3. Tracer la droite parallèle à (AB) et qui passe par D, on le notera (d')
4. Tracer la droite parallèle à (BC) et qui passe par D, on le notera (d'')

Fin de séquence.

2.3.3 Examen

Exercice 1. Un terrain de forme triangulaire a pour base 20 m et pour hauteur 15 m.

1. Calcule l'aire du terrain.
2. Si on veut recouvrir le terrain de gazon, et que 1 m^2 de gazon coûte 8 €, quel est le prix total ?.

Exercice 2. Représenter un triangle où ses hauteurs s'intersectent en un seul point.

Exercice 3. Dans cet exercice, il faut construire un triangle.

1. Construire un triangle MNP tel que $MN = 8$ cm, $NP = 6$ cm et $MP = 7$ cm.
2. Placer le point A situé à 5 cm de M, à 4 cm de N et à moins de 4,5 cm de P.

Exercice 4. Dans un triangle, les deux côtés mesurent 5 cm et 7 cm. On sait que le périmètre du triangle est 20 cm.

1. Quelle est la longueur du troisième côté ?

2.4 Comparaison des fractions

Ce chapitre revisite plus rigoureusement les nombres décimaux et précisément la notion de pourcentage.

2.4.1 Comparaison sur les fractions

Cette partie revisite la notion de comparaison de fractions décimales vue au trimestre précédent. Elle étend cette notion vers les fractions dont le dénominateur est autre que 10, 100, 1000, etc.

Objectif(s) d'enseignement. Comparer des fractions est similaire à comparer des fractions.

Pré-requis. Comparaisons de fractions décimales.

Activité de recherche 1 (chercher)**.** Uratini et sa famille mange un gâteau au chocolat. Il le découpe en 10 parts et on a

— Uratini mange $\frac{2}{11}$ part.

— Herevai mange $\frac{3}{11}$ part.

— Hirirau mange $\frac{1}{11}$ part.

1. Colorier les parts des personnes

Uratini											
Herevai											
Hirirau											

2. Sans calculatrice, qui a mangé le plus de part ?
3. **Leçon.** Compléter la leçon.

Chapitre 10. Comparaison des fractions

I. Comparaison des fractions

Théorème (admis). Toute fraction est . . . .

Corollaire. Toute fraction décimale est . . . .

Démonstration.

Méthode. On peut comparer deux fractions de deux manières différentes :

1ère méthode -

2ème méthode -

Théorème (admis)**.** *Toute fraction est comparable.*

Corollaire. *Toute fraction décimale est comparable.*

Démonstration. Toute fraction décimale est une fraction. Comme les fractions sont comparables par le théorème précédent alors c'est aussi le cas pour les fractions décimales. □

Attention, la méthode qu'on a utilisé fonctionne seulement quand le dénominateur est identique. Sinon, il faut procéder autrement.

Méthode (comparer les fractions)**.** *On compare $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$, avec $b \neq 0$, alors :*

- *soit on calcule $a \div b$ et $c \div b$, en arrondissant bien comme il faut, et on compare.*
- *soit on les représente sur des barres ou une frise graduée.*

Attention, pour la seconde méthode, veiller à bien préciser ce que représente un cube de la barre (pour les barres) et une graduation de la frise (pour les frises graduées).

Avec ces méthodes, essayer de les appliquer en situation d'exercices.

Exercice 1 (chercher, représenter, communiquer)**.** Hereiti lit un livre.

- Le premier jour, elle lit $\frac{35}{100}$ du livre.
- Le deuxième jour, elle lit $\frac{25}{100}$ du livre.

1. Quel jour a-t-elle lu le plus de pages dans le livre ? Justifier.

Devoir 1 (chercher, représenter, communiquer)**.** Comparer, de deux manières différentes, les fractions ci-dessous

$$\frac{11}{22} \text{ et } \frac{12}{22}$$

Fin de première séance.
Prenez la peine de faire les problèmes pour la suite.

2.4.2 Problèmes

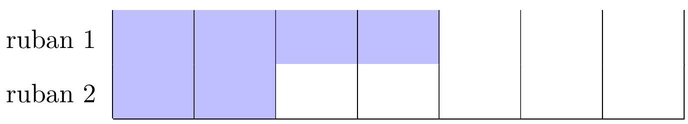
Exercice 2 (calculer)**.** Au collège de Paopao, deux bus sont remplis de la manière suivante :

- bus 1 est rempli à $\frac{78}{125}$.
- bus 2 est rempli à $\frac{79}{125}$.

1. Quel bus est rempli le plus ? Justifier.

Exercice 3 (représenter)**.** A partir d'une bande-unité, représenter une demi-droite graduée en tiers d'unité.

Exercice 4 (modéliser)**.** Deux rubans ont été colorés par une tâche d'huiles modélisés par les figures ci-dessous.



1. Quel ruban a le moins de tâche ? Justifier.

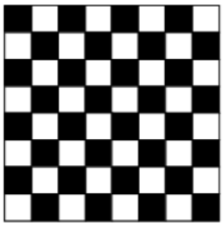
Exercice 5 (représenter)**.** A partir d'une bande-unité, représenter une demi-droite graduée en cinquième d'unité.

Exercice 6 (raisonner, communiquer)**.** Un agriculteur sème deux parcelles de maïs :

- La première occupe $\frac{3}{10}$ de la surface totale de son champ.
- La deuxième occupe $\frac{7}{10}$ du champ.

1. Quelle parcelle est-elle le plus rempli ? Justifier.

Exercice 7 (calculer, chercher)**.** Dans la figure ci-dessous.



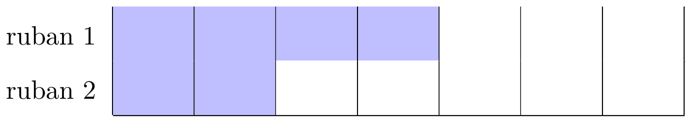
1. Donner en fraction le nombre de cases noires et le nombre de cases blanches.

2.4.3 Examen

Exercice 1 (calculer, chercher)**.** Une tablette de chocolat pèse 100 g. Julie mange $\frac{98}{100}$ de la tablette. Son frère mange $\frac{99}{100}$.

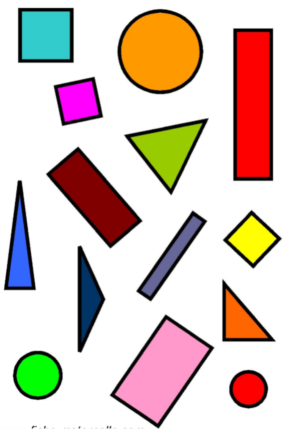
1. Qui a mangé le plus ? Justifier.

Exercice 2 (modéliser)**.** Deux rubans ont été colorés par une tâche d'huiles modélisés par les figures ci-dessous.



1. Quel ruban a le plus de tâche ? Justifier.

Exercice 3 (communiquer)**.** Dans la figure ci-dessous.



1. Donner, en fraction, le nombre de triangle et le nombre de quadrilatère.
2. Est-ce qu'il y a beaucoup plus de triangle ? Justifier.

Exercice 4 (représenter)**.** A partir d'une bande-unité, représenter une demi-droite graduée en quarts d'unité.

2.5 Mesure des aires

En mathématiques, l'étude de la mesure des objets, appelée formellement Théorie de la mesure, permet d'établir des « appareils de mesure » pour mesurer des objets.

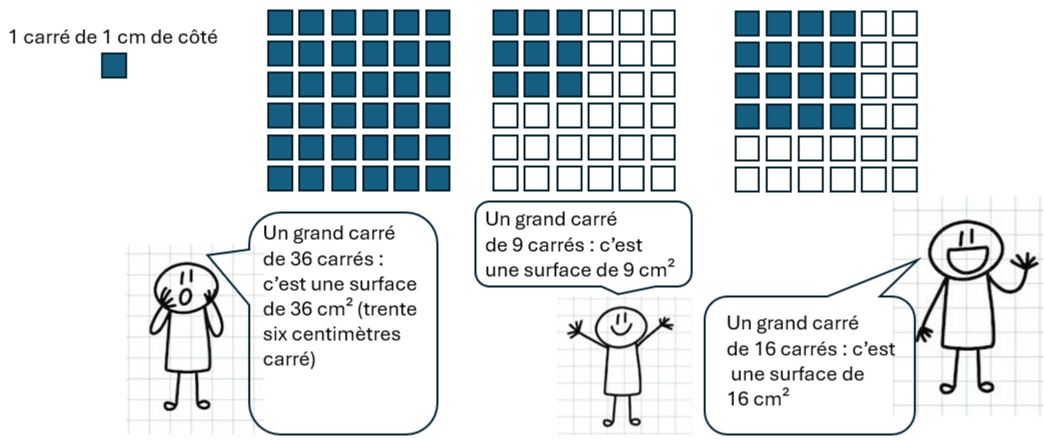
Toutes les figures dans ce chapitre sont dans le plan.

2.5.1 Définition

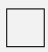
Objectif(s) d'enseignement. Connaître la formule de l'aire d'un carré ou d'un rectangle. Calculer l'aire d'un carré ou d'un rectangle.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux.

Apprentissage (raisonner, chercher, calculer, communiquer)**.** Uratini découvre des carreaux qui sont colorés de différentes manières. Il essaie de connaître la superficie que représente qu'occupe ces carreaux colorés.

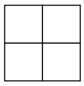


Activité de recherche 1 (communiquer, calculer, chercher)**.** Dans une pièce, on range des boîtes au mur. Chacune des boîtes peut être « construit » à l'aide de carton et est modélisée par le carré ci-dessous faisant 1 cm de côtés. On l'appellera le *carton originel.*

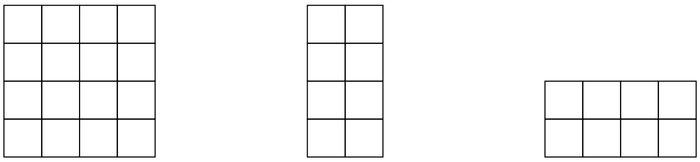


On note $\mathscr{A}$ la surface qu'occupe ce carton au mur. Le but de l'exercice consiste à comprendre comment mesurer la surface d'un carré et d'un rectangle.

1. Combien de *cartons originels* sont empilés dans la figure ci-dessous ? Montrer que l'aire de cette figure est égale à 4 cm^2.



2. Mesurer l'aire de chaque figure ci-dessous.



Premier rangement Deuxième rangement Troisième rangement

3. Représenter une organisation qui permet d'occuper une surface de **moins de** 10 cm^2 ? Justifier.
4. Donner une formule pour calculer l'aire d'un carré en connaissant seulement la valeur de son côté.
5. Donner une formule pour calculer l'aire d'un rectangle en connaissant seulement les valeurs de sa largeur et de sa longueur.
6. **Leçon.** Compléter la leçon.

Chapitre 11. Mesurer des aires

Toutes les figures dans ce chapitre sont dans le plan.

I. Définition

Définition. On appelle mesure d'aire d'une surface, notée $\mathscr{A}$, le nombre . . . .

Propriété. Pour n'importe quels carrés de côté $c > 0$ alors son aire est $c \times c$.

Démonstration.

Propriété. Pour n'importe quels rectangles de longueur ℓ et de largeur L alors son aire est $\ell \times L$

Démonstration.

Corollaire. Pour n'importe quels triangles de base b et de hauteur h alors son aire est $(b \times h) \div 2$.

Démonstration.

Corollaire (admis). Pour n'importe quels cercles de centre O et de rayon $r > 0$ alors son aire est $2 \times \pi \times r^2$.

Définition. On appelle mesure d'aire d'une surface, notée $\mathscr{A}$, le nombre total d'unité d'aires que compose cette surface.

Remarque. *L'unité d'aire sera imposée dès le départ car la mesure de l'aire dépend de l'unité d'aires considéré.*

Propriété. *Pour n'importe quels carrés de côté* $c > 0$ *alors son aire est*

$$c \times c$$

Démonstration. On raisonne par dénombrement.
Sur $\mathscr{C}$, la première ligne est composée de c unité d'aire, la seconde pareil et

ainsi de suite jusqu'à la ligne numéro c. Au total, on obtient

$$\underbrace{c+c+c+\cdots+c+c}_{c \text{ terme}} = c \times c$$

$\square$

Propriété. *Pour n'importe quels rectangles de longueur ℓ et de largeur L alors son aire est*

$$\ell \times L$$

Démonstration. Raisonnement identique à celui utilisé à la démonstration précédente. $\square$

Cette propriété est cruciale car elle permet de prouver deux formules des aires du triangle et du cercle.

Corollaire. *Pour n'importe quels triangles de base b et de hauteur h alors son aire est*

$$(b \times h) \div 2$$

Démonstration. On prend un rectangle, on le découpe en deux par sa diagonale. On obtient deux triangles identiques dont l'aire correspond à l'aire du rectangle divisé par 2. $\square$

Corollaire (admis)**.** *Pour n'importe quels cercles de centre O et de rayon $r > 0$ alors son aire est*

$$2 \times \pi \times r^2$$

Pour les grandes lignes de la démonstration, à partir du cercle, il suffit de construire un rectangle de largeur $r > 0$ (le rayon du cercle) et de longueur $2\pi r$ (le périmètre du cercle). Ainsi, l'aire du cercle est égale à l'aire de ce rectangle qui est

$$r \times 2\pi r = 2\pi r^2$$

Exercice 1 (calculer)**.** Un collège de Moorea met en location 3 salles de classe pour héberger trois groupes d'élèves qui viennent des *Tuamotu*. Le tableau ci-dessous nous informe de ses dimensions.

Nom des salles de classe	Salle Pomare	Salle Tamatoa	Salle Pouvanaa
Longueur (en m)	10	5	6
Largeur (en m)	7	5	5

TABLEAU. Longueurs et largeurs des salles de classe d'un collège de Moorea.

1. Calculer l'aire de chaque salle de classe.
2. Dans quelle salle de classe peut-on mettre les élèves du groupe 1 qui occuperont une surface de 50 m^2 ? Justifier.
3. Remplir le tableau ci-dessous.

Groupe d'élèves	1	2	3
Surface occupée par le groupe (en m^2)	50	25,5	24
Salles de classe			

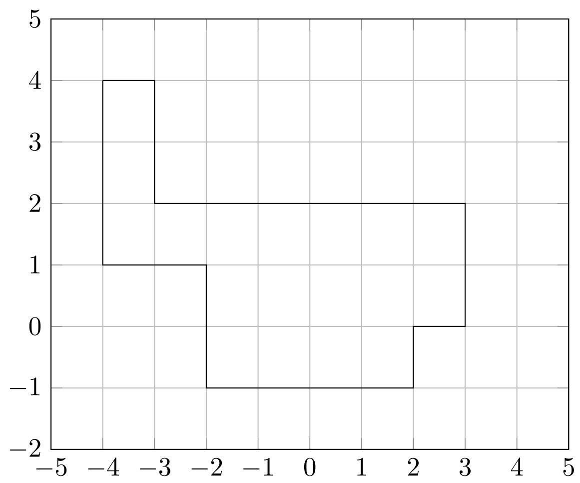
Tableau. Salles de classe attribuées à chaque groupe d'élèves.

Devoir 1 (calculer, chercher, communiquer)**.** Dans une salle, Uratini a fait un dessin sur le sol carrelé avec le dessin ci-dessous. Il n'a pas demandé la permission donc il est amené à laver son dessin.

1. Mesurer l'aire de cette figure.

   Il existe un produit pour laver le sol qui possède les caractéristiques suivantes : « un bouchon de produit peut laver une surface de 9 m^2 ».

2. Combien de bouchons Uratini aura-t-il besoin pour laver toute la surface ?



Fin de la première partie.
La maitrise des formules est indispensable.

2.5.2 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes sur les aires et sur les périmètres.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux. Comparaison des nombres entiers et décimaux.

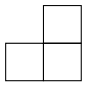
Exercice 2 (raisonner, communiquer)**.** Montrer que le calcul d'une aire dépend de l'unité d'aire que l'on considère.

Exercice 3 (chercher, communiquer)**.** Construire deux figures ayant la même aire mais pas le même périmètre.

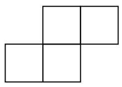
Exercice 4. Dans une pièce, il y a un carton modélisé par le carré ci-dessous. On l'appellera le *carton originel*.

Ce carré fait 1 cm sur chacun de ses côtés, on le note $\mathscr{A}$. Le but de l'exercice consiste à comprendre comment mesurer des surfaces.

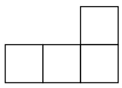
1. Combien de *cartons originels* sont empilés dans la figure ci-dessous ? Montrer que l'aire de cette figure est égale à 3 cm^2.



2. Mesurer l'aire de la figure suivante.

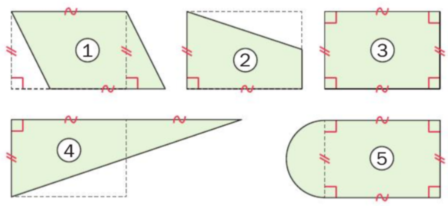


3. Mesurer l'aire de la figure suivante.



4. C'est quoi mesurer l'aire d'une figure.

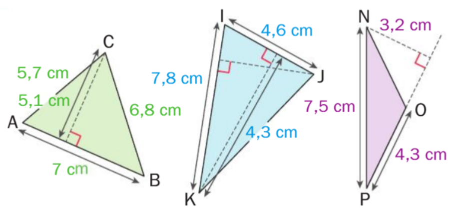
Exercice 5. Dans la collection de figures suivantes :



1. Entourer la figure ayant la plus grande aire.
2. Encadrer la figure ayant la plus petite aire.

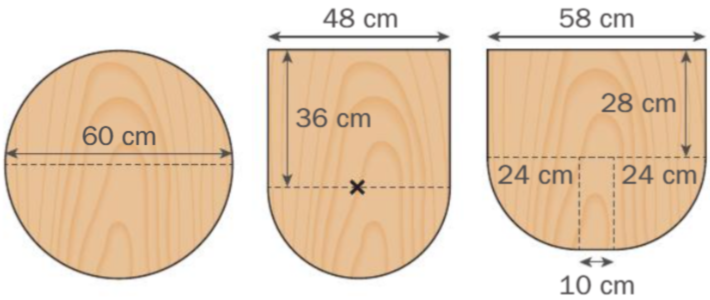
Exercice 6 (chercher, communiquer)**.** Construire deux figures ayant le même périmètre mais pas la même aire.

Exercice 7. Dans la collection de figures suivantes :



1. Calculer l'aire de chaque triangle.

Exercice 8 (calculer)**.** Uratini construit un bouclier et il en a crée trois qu'il arrive à porter (voir l'image ci-dessous).



1. Quel bouclier devra-t-il prendre pour avoir une grande surface pour se protéger ? Justifier.

Fin de séquence.

2.5.3 Examen

Exercice 1 (raisonner, communiquer)**.** Montrer que le calcul d'une aire dépend de l'unité d'aire que l'on considère.

Exercice 2 (chercher, communiquer)**.** Construire deux figures ayant le même périmètre mais pas la même aire.

Exercice 3 (calculer)**.** Un collège de Moorea met en location 3 salles de classe pour héberger trois groupes d'élèves qui viennent des *Tuamotu*. Le tableau ci-dessous nous informe de ses dimensions.

Nom des salles de classe	Salle Pomare	Salle Tamatoa	Salle Pouvanaa
Longueur (en m)	10	5	6
Largeur (en m)	7	5	5

Tableau. Longueurs et largeurs des salles de classe d'un collège de Moorea.

1. Calculer l'aire de chaque salle de classe.
2. Dans quelle salle de classe peut-on mettre les élèves du groupe 1 qui occuperont une surface de 50 m^2 ? Justifier.
3. Remplir le tableau ci-dessous.

Groupe d'élèves	1	2	3
Surface occupée par le groupe (en m^2)	50	25,5	24
Salles de classe			

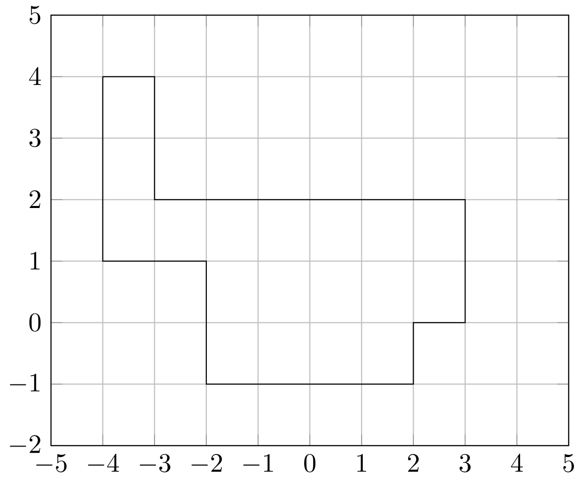
Tableau. Salles de classe attribuées à chaque groupe d'élèves.

Exercice 4 (calculer, chercher, communiquer)**.** Dans une salle, Uratini a fait un dessin sur le sol carrelé avec le dessin ci-dessous. Il n'a pas demandé la permission donc il est amené à laver son dessin.

1. Mesurer l'aire de cette figure.

   Il existe un produit pour laver le sol qui possède les caractéristiques suivantes : « un bouchon de produit peut laver une surface de 9 m^2 ».

2. Combien de bouchons Uratini aura-t-il besoin pour laver toute la surface ?



Fin de l'examen 5

2.6 Conversion des aires

Ce chapitre consolide les principes de conversion vers les aires. Ainsi, toutes les figures qui seront présentées dans ce chapitre sont dans le plan.

2.6.1 Conversion des aires

Rappelons que l'aire désigne le nombre d'unité d'aires qui est occupé dans une figure géométrique du plan. Un tel nombre possède concrètement une unité de mesure et il est quelque fois plus commode de l'exprimer avec une unité adaptée.

Objectif(s) d'enseignement. Savoir convertir des aires.

Pré-requis. Tableau de conversions.

Activité de recherche 1. Uratini va s'installer sur Moorea et il hésite entre deux terrains sur deux villes différentes.

Ville	Paopao	Afareaitu
Superficie (en m^2)	17 478 123	17 587 001

TABLEAU. Superficies en mètre carré des terrains sur les communes de Paopao et Afareaitu.

1. A l'aide du tableau, convertir les superficies en km^2.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

Uratini va choisir le terrain avec la règle suivante « Uratini va prendre le terrain avec la plus grande superficie ».

2. Quelle terrain Uratini va choisir ? Justifier.
3. **Leçon.** Compléter la leçon.

> **Chapitre 12. Conversion des aires**
>
> Toutes les figures dans ce chapitre sont dans le plan.
>
> **I. Tableau de conversion**
>
> **Méthode.** Pour convertir des aires, on utilise . . . .

Méthode. *Convertir des aires repose sur le même principe pour convertir des grandeurs. Toutefois, les tableaux de conversion sont différents car une unité contiendra deux colonnes.*

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

TABLEAU. Conversion pour les aires.

Appliquons ce tableau dans l'exercice qui suit.

Exercice 1. Uratini a dessiné le plan de son jardin sur une feuille. Sur le plan, la surface du potager est indiquée comme étant 12 000 dm^2. On a les règles suivantes :

— « Si la surface est de 120 m^2, alors c'est bien le potager. »
— « Et si c'est le potager, alors sa surface est de 120 m^2. »

1. Convertis 12 000 dm^2 en m^2.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

2. La phrase suivante est-elle logique selon vous ? Justifier.

« La surface est de 120 m^2 si et seulement si c'est le potager. »

3. Un autre espace du jardin mesure 90 m^2. Est-ce le potager ? Justifie ta réponse.
4. Peut-on dire qu'un espace de 12 000 cm^2 est le potager ? Explique.

Naturellement, il existe une grande diversité de raisonnement. En classes supérieures, vous verrez toutes leurs particularités. L'intérêt ici est de motiver la place des mathématiques dans une situation demandant une réflexion.

Devoir 1. En France, nous avons trois villes

Ville	Belle-île-en-mer	Île d'Oléron	Île de Jersey
Superficie	90 km^2	175 000 000 m^2	1 160 000 dam^2

TABLEAU. Superficies en mètre carré de trois villes.

1. A l'aide du tableau, ranger les îles dans l'ordre décroissant de leur superficie.

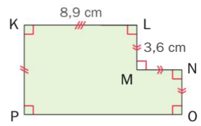
km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

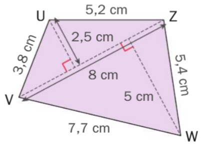
Fin de la première séance.
Ce nouveau tableau est souvent difficile à se rappeler. C'est pourquoi il est indispensable de pratiquer les conversions pour en cerner toutes les particularités.

2.6.2 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes de conversion.

Exercice 2. Donner la figure qui a l'aire (en m^2) la plus grande par rapport à l'autre. Justifier.





Exercice 3. Uratini est un ingénieur qui étudie la superficie (en mètre carré) des communes de Papeete, Faa'a et Punaauia en Polynésie-Française. Il réunit les superficies dans le tableau ci-dessous où il les a obtenu sur Wikipédia mais les nombres sont trop grands pour être exploités.

Ville	Papeete	Faa'a	Punaauia
Superficie (en m^2)	17 400 000	34 000 000	76 000 000

Tableau. Superficies en mètre carré des villes de Papeete, Faa'a et Punaauia.

1. A l'aide du tableau, convertir les superficies en km^2.

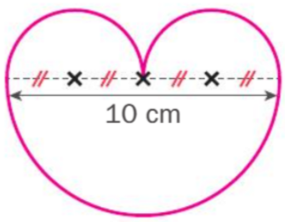
km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

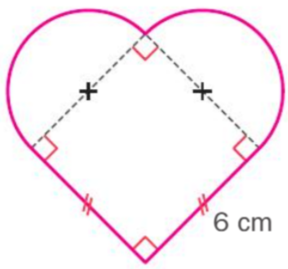
2. Quelle ville a la plus grande superficie ? Justifier.

Exercice 4. Parmi les calculs ci-dessous, trouver ceux qui sont justes et ceux qui sont faux en les corrigeant.

« $27\text{ cm}^2 + 1\text{ mm}^2 = 28\text{ cm}^2$ »
« $13\text{ m}^2 + 4\text{ dm}^2 = 1\,304\text{ dm}^2$ »
« $1\text{ cm}^2 - 1\text{ mm}^2 = 99\text{ mm}^2$ »
« $35\text{ km}^2 + 22\text{ dam}^2 = 3\,522\text{ dam}^2$ »

Exercice 5. Dans les figures ci-dessous.





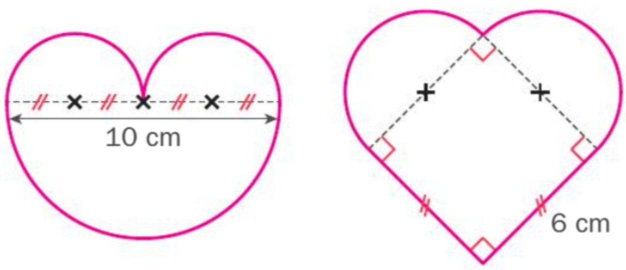
1. Laquelle à le plus grand périmètre ? Justifier.
2. Laquelle à la plus grande aire ? Justifier.

Fin de séquence.

2.6.3 Examen

Exercice 1 (calculer)**.** Convertir 1 km^2 en mm^2.

Exercice 2. Dans les figures ci-dessous.



1. Laquelle à le plus grand périmètre ? Justifier.
2. Laquelle à la plus grande aire ? Justifier.

Exercice 3 (calculer)**.** En se promenant en France, Uratini a trouvé une pièce de 5 centimes par terre et une pièce de 100 CFP (voir l'image ci-dessous).

La pièce de 5 centimes

La pièce de 100 CFP

1. Quelle pièce est plus grande que l'autre ? Justifier.

Exercice 4. Uratini a dessiné le plan de son jardin sur une feuille. Sur le plan, la surface du potager est indiquée comme étant 12 000 dm^2. On a les règles suivantes :

— « Si la surface est de 120 m^2, alors c'est bien le potager. »
— « Et si c'est le potager, alors sa surface est de 120 m^2. »

1. Convertis 12 000 dm^2 en m^2.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

2. La phrase suivante est-elle logique selon vous ? Justifier.

   « La surface est de 120 m^2 si et seulement si c'est le potager. »

3. Un autre espace du jardin mesure 90 m^2. Est-ce le potager ? Justifie ta réponse.
4. Peut-on dire qu'un espace de 12 000 cm^2 est le potager ? Explique.

2.7 Opérations sur les fractions

Ce chapitre revisite plus rigoureusement les nombres décimaux et précisément la notion de pourcentage.

2.7.1 Additivité et multiplicativité

Objectif(s) d'enseignement. Savoir additionner et multiplier deux fractions.

Pré-requis. Représenter des fractions. Calculer des divisions.

Activité de recherche 1 (chercher)**.** Uratini est professeur au collège de Moorea et il a 33 élèves sous sa responsabilité. Dans sa salle de classe, il y a 3 rangs de 10 chaises (disponible et en bon état).

1. Calculer

Opérations	Résultat sous forme fractionnaire et décimale
$\frac{7}{100} + \frac{7}{100}$	$\frac{14}{100} = 14 \div 100 \simeq 0,14$
$\frac{1}{10} + \frac{7}{10}$	
$\frac{8}{23} + \frac{7}{23}$	
$\frac{11}{10} + \frac{7}{10}$	
$\frac{5}{10} + \frac{8}{10}$	

2. **Leçon.** Écrire une règle pour additionner deux fractions.

3. Calculer à la main

Opérations	Résultat sous forme fractionnaire et décimale
$\frac{1}{10} \times \frac{7}{10}$	$\frac{7}{100} = 7 \div 100 = \simeq 0,07$
$\frac{7}{8} \times \frac{2}{10}$	
$\frac{8}{7} \times \frac{4}{3}$	
$\frac{3}{6} \times \frac{7}{2}$	
$\frac{5}{2} \times \frac{8}{4}$	

4. **Leçon.** Écrire une règle pour multiplier deux fractions.

5. **Leçon.** Compléter la leçon.

Chapitre 13. Opérations sur les fractions

Toutes les figures dans ce chapitre sont dans le plan.

I. Additivité et multiplication

Théorème (admis). Toute fraction peut … …, … …, … … et … ….

Méthode. Pour :

Additionner deux fractions de même dénominateur on fait … … … … … ….

Soustraire deux fractions de même dénominateur on fait … … … … … ….

Multiplier deux fractions de même dénominateur on fait … … … … … ….

Théorème (admis)**.** *Toute fraction peut s'additionner, se soustraire, se multiplier et se diviser.*

Exercice 1 (chercher, représenter, communiquer)**.** Uratini possède un jardin. Il plante des ananas sur $\frac{1}{3}$ du jardin. Sur les $\frac{2}{3}$ qui reste sur le jardin, Uratini utilise encore $\frac{1}{3}$ pour planter des ananas.

1. Représenter le problème avec un schéma.
2. Donner sous forme de fraction la partie du jardin occupée par les ananas.
3. Donner sous forme de fraction la partie du jardin ne contenant pas d'ananas.

Devoir 1 (chercher, représenter, communiquer)**.** Calculer en justifiant bien les étapes de calculs. (*Donner le résultat sous la forme d'une fraction*)

$$\frac{7}{10} + \frac{1}{10} + \frac{8}{10}$$

Fin de première séance.

Prenez la peine de faire les exercices pour les séances de résolution de problèmes.

2.7.2 Problèmes

Exercice 2 (calculer)**.** Expliquer de deux manières différentes que

$$\frac{35}{10} = 3 + \frac{5}{10}$$

Indication. On peut utiliser

— la représentation en barre et comparer.

— le fait que $\frac{35}{10} = \frac{30}{10} + \frac{5}{10}$ et conclure.

Exercice 3 (raisonner, communiquer)**.** Oriau pose 3 gâteaux et $\frac{1}{6}$ sur la table pour le goûter de ses enfants. A la fin du goûter, il reste 1 gâteau et $\frac{2}{3}$.

1. Quelle quantité de gâteau, sous forme fractionnaire, les enfants ont-ils mangés ? Justifier.

Exercice 4 (calculer)**.** Expliquer de deux manières différentes que

$$\frac{213}{42} = 5 + \frac{3}{42}$$

Indication. On peut utiliser

— la représentation en barre et comparer.

— le fait que $\frac{35}{10} = \frac{30}{10} + \frac{5}{10}$ et conclure.

Exercice 5 (raisonner, communiquer)**.** Uratini a planté des pommes de terre sur $\frac{8}{13}$ de son terrain.

1. Quel est le nombre de part du terrain sur lequel il n'y a pas de maïs ? Justifier. (*Donner le nombre sous forme fractionnaire.*)

Exercice 6 (raisonner, communiquer, représenter)**.** Soit ABC un triangle avec $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 5$ cm. On réduit le triangle de $\frac{1}{3}$.

1. Représenter le problème à échelle réelle.
2. Calculer les nouvelles longueurs de AB, BC et AC. Donner les longueurs sous forme fractionnaire. Justifier les calculs.

Indication. Réduire un triangle c'est réduire ses côtés.

2.7.3 Examen

Exercice 1 (raisonner, communiquer)**.** Dans une course, il y a deux athlètes :

— Uratini a couru $1 + \frac{2}{5}$ km

— Hereiti a couru $2 + \frac{1}{2}$ km.

1. Lequel des deux athlètes a couru le plus loin ? Justifier.
2. Combien de longueur le dernier doit courir pour rattraper son retard ? Justifier.

Exercice 2 (raisonner, communiquer)**.** Uratini a planté des maïs sur $\frac{3}{5}$ de son terrain.

1. Quel est le nombre de part du terrain sur lequel il n'y a pas de maïs ? Justifier. Donner le nombre sous forme fractionnaire.

Exercice 3 (calculer)**.** Sans calculatrice, calculer en précisant chaque étape de calculs

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$$

Exercice 4 (raisonner)**.** Sans calculatrice, calculer en précisant chaque étape de calculs

$$\frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10} + \frac{8}{10}$$

Chapitre 3

Troisième trimestre

3.1 Géométrie des cercles

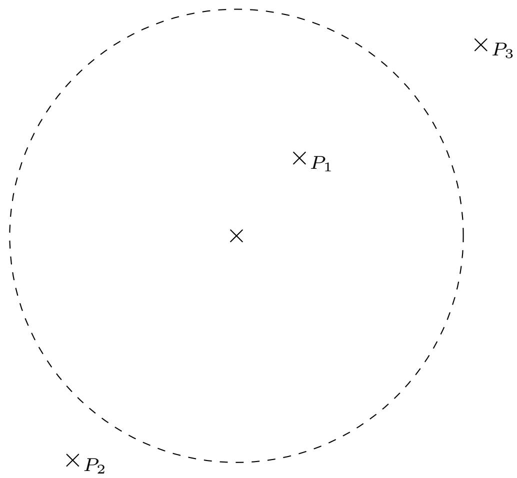
3.1.1 Cercles et disques

Cette partie consolide la notion de cercle et introduit la notion de disque dans le plan.

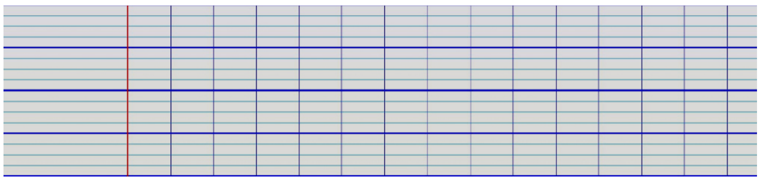
Objectif(s) d'enseignement. Connaître les définitions (empirique et formelle) d'un cercle, d'un disque, d'un diamètre, d'une corde.

Pré-requis. Aucun prérequis particuliers.

Activité de recherche 1. Uratini a crée son entreprise de réseau de télécommunication. Il installe une antenne à Paopao sur Moorea qui une portée de 10 m. Pour le moment il y a trois personnes qui se sont abonnés à son réseau qui veulent garder leur anonymat ; on les notera P_1, P_2 et P_3. Ci-dessous on représente la situation avec A l'antenne et le contour en pointillé la limite du réseau de l'antenne.



1. Est-ce que P_1 aura du réseau ? Justifier.
2. Est-ce que P_2 aura du réseau ? Justifier.
3. Est-ce que P_3 aura du réseau ? Justifier.
4. **Leçon.** Donner une description d'un disque et d'un cercle.



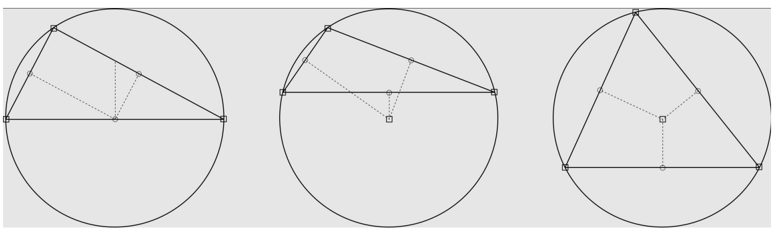
Définition. On appelle disque de centre O et de rayon $r > 0$ toute figure formée des points situés à une distance entre 0 et r du centre O.
Un cercle n'est rien d'autre que la frontière de ce disque.

On dit aussi qu'un cercle est le bord d'un disque. Ainsi, on peut introduire la notion de cercle inscrit et circonscrit.

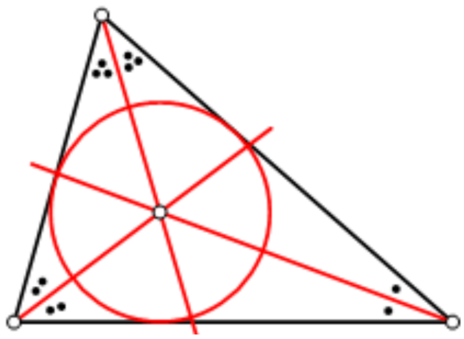
Définition. On dit qu'un cercle est

— inscrit s'il est contenu dans un triangle.

— circonscrit s'il contient un triangle.



Exemples de cercles circonscrits.



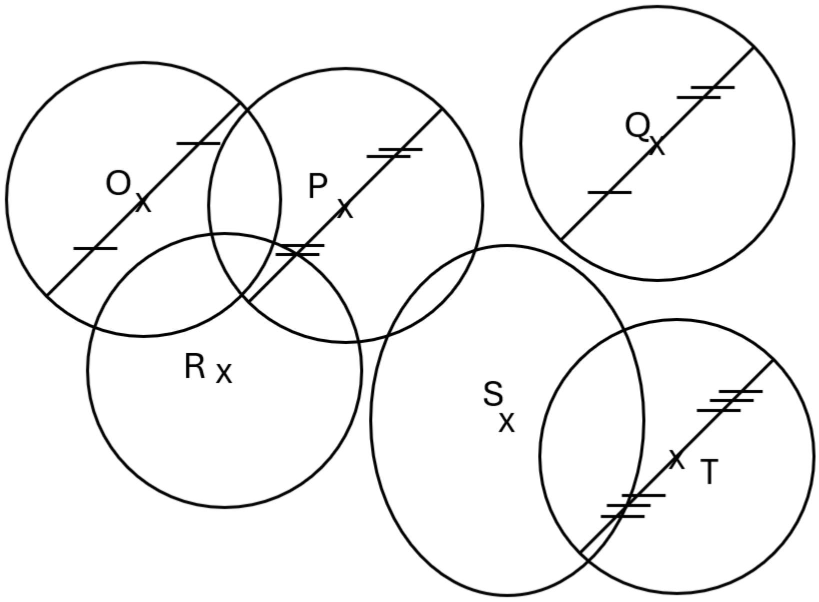
Exemple de cercle inscrit.

Propriété (admis)**.** L'aire d'un disque de rayon r est donné par la formule

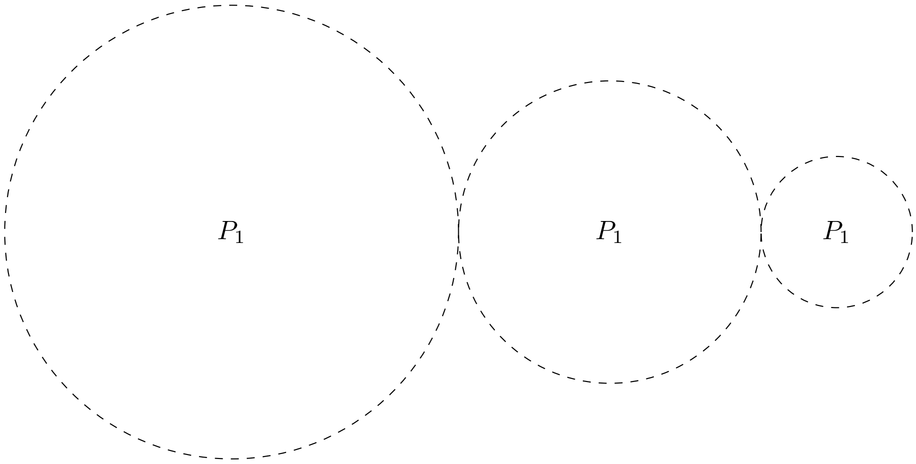
$$\pi \times r \times r$$

avec $\pi \simeq 3,1415\cdots$.

Exercice 1 (chercher)**.** Donner le nombre de cercles dans la figure ci-dessous.



Devoir 1 (chercher, calculer, représenter)**.** Uratini a construit trois piscines extérieurs chez lui.



1. Déterminer le diamètre et le rayon de chaque cercle à l'aide d'une règle graduée.
2. Calculer l'aire, au dixième près, de chaque piscine et ranger-les dans l'ordre croissant.

Indication. Ranger dans l'ordre croissant c'est ranger du plus petit au plus GRAND.

Fin de la première séance.
Prenez la peine de faire les exercices.

3.1.2 Problèmes

Exercice 2 (calculer)**.** Compléter le tableau.

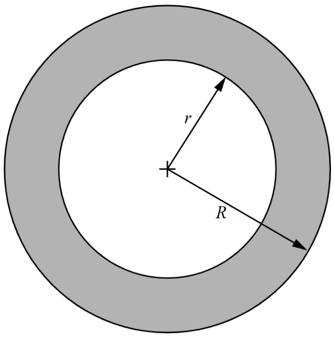
Disque de rayon r	Aire
$r = 2$ cm	$\pi \times 2\text{cm} \times 2\text{cm} \simeq 12,6\text{cm}^2$
$r = 3$ cm	
$r = 4$ cm	
$r = \pi$ cm	
$r = 42$ cm	
$r = 0,022$ cm	

Exercice 3 (calculer, chercher)**.** Existe-t-il un disque dont l'aire est 78,5 cm^2 au dixième près ? Si oui, préciser son rayon.

Indication. Représenter l'exercice avec un dessin et poser la formule de l'aire avec les données de l'exercice.

Exercice 4 (calculer, chercher, modéliser)**.** Montrer que l'aire d'une couronne de paramètre (r, R) est

$$\pi \times R \times R - \pi \times r \times r$$



Indication. Représenter l'exercice avec des nombres faciles.

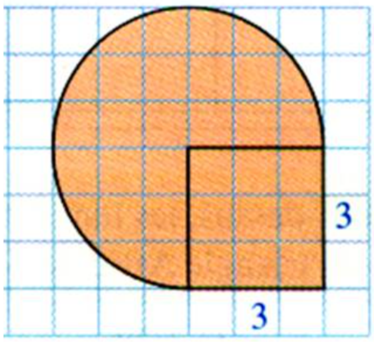
Exercice 5 (chercher, calculer, communiquer)**.** Existe-t-il un disque dont le périmètre est inférieur à son aire ? Si oui, préciser son rayon.

Indication. Dans un disque de rayon r, on rappelle que

- son périmètre est égale à $\pi \times 2 \times r$.
- son aire est égale à $\pi \times r \times r$.

Exercice 6 (chercher, calculer, communiquer)**.** Existe-t-il un disque dont le périmètre est supérieur à son aire ? Si oui, préciser son rayon.

Exercice 7 (chercher, calculer, communiquer)**.** Calculer l'aire ci-dessous.

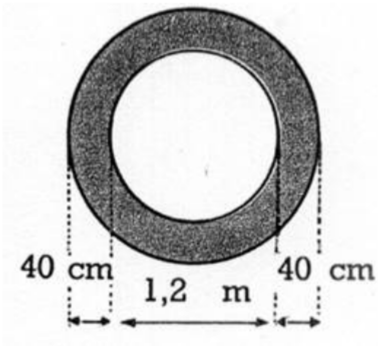


3.1.3 Examen

Exercice 1 (chercher, calculer, communiquer)**.** Existe-t-il un disque dont le périmètre est inférieur à son aire ? Si oui, préciser son rayon.

Exercice 2 (représenter,chercher)**.** Représenter le disque dont l'aire est égale à $12,6\text{cm}^2$ (au dixième près).

Exercice 3 (raisonner)**.** Calculer l'aire de la couronne ci-dessous.



Exercice 4 (modéliser)**.** Calculer $\frac{1}{4}$ de l'aire d'un disque de rayon $r = 3$ cm.

3.2 Proportionnalité

Au magasin, le prix d'un produit augmente en fonction des quantités. D'une autre manière, lorsqu'on descend une pente, l'altitude diminue en fonction de la descente. Ces phénomènes, comme beaucoup d'autres, représentent des évolutions qui sont linéaire en fonction d'un paramètre donné, c'est la proportionnalité.

Ce chapitre introduit modestement cette notion à partir de cas les plus concrets pour le public. Leur modélisation sera traité plus tard dans votre scolarité.

3.2.1 Proportionnalité

Introduisons cette notion à partir d'une situation concrète.

Objectif(s) d'enseignement. Connaître la définition de la proportionnalité entre deux grandeurs. Identifier si une situation relève du « modèle » de proportionnalité.

Pré-requis. Nombres entiers et décimaux et fractions.

Activité de recherche 1. Dans un magasin, une bouteille d'eau coûte 100 CFP. Uratini calcule le prix d'une bouteille d'eau en fonction des quantités.

1. Compléter.

Quantité	1	2	3	4	5
Prix (en CFP)					

2. Par quoi doit-on multiplier une cellule de la ligne 1 pour obtenir celle en dessous en ligne 2 ?
3. Définir la proportionnalité.

Cela nous permet de fournir une première définition.

Définition. On dit qu'une situation est de proportionnalité lorsque les grandeurs évoluent de la même manière si on les multiplie ou si on les divise par un même nombre (non nul).

Exercice 1. On note $\mathscr{C}$ un cercle de rayon $r > 0$.

1. Compléter

Rayon (en cm)	1	2	3	4	5
Périmètre (en cm)					

Périmètre de cercles en fonction de leurs rayons.

   Indication. On rappelle que le périmètre d'un cercle de rayon $r > 0$ est $2 \times \pi \times r$

2. Comment évolue le périmètre des cercles en fonction de leur rayon ? Justifier.
3. Est-ce que le périmètre et le rayon d'un cercle sont proportionnels ? Justifier.

Devoir 1. Dans chaque tableau, dire s'il y a proportionnalité.

Quantité	1	2	3
Prix (en CFP)	100	200	300

Tableau 1. Étude du prix de bouteilles d'eau en fonction des quantités.

Rayon (en cm)	1	2	3
Diamètre (en cm)	2	4	6

Tableau 2. Étude du diamètre d'un cercle en fonction de son rayon.

Fin de la séance.
Prenez la peine de faire les exercices.

3.2.2 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre un problème de proportionnalité en choisissant une procédure adaptée : propriété de linéarité pour la multiplication ou l'addition, retour à l'unité. Représenter une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau ou de notations symboliques. S'initier à la résolution de problèmes d'échelles.

Pré-requis. Nombres entiers et décimaux et fractions.

Exercice 2 (chercher)**.** Quels sont les tableaux qui sont de proportionnalités ? Justifier.

1)

Quantité	1	2	3	4	5
Prix des bananes (en CFP)	100	200	300	400	500

2)

Quantité	1	2	3	4	5
Prix des *fe'i* (en CFP)	150	300	450	600	850

Exercice 3 (communiquer)**.** Montrer que le périmètre d'un rectangle est proportionnelle à la somme de la longueur de ses côtés.

Exercice 4 (représenter, calculer)**.** On note $ABCD$ un carré avec $AB = 3$ cm.

1) Dessiner le carré $ABCD$ à échelle réelle.

   On note $EFGH$ un carré avec $EF = 1,5$ cm.

2) Dessiner le triangle $EFGH$ à échelle réelle.
3) Est-ce qu'il y a proportionnalité entre les côtés des deux carrés ? Justifier.

Exercice 5 (chercher, raisonner)**.** 36 chaises pèsent 12kg. Les chaises sont toutes identiques.

1) Combien a-t-on de chaises si le poids est de 4kg ? Propose plusieurs stratégies pour résoudre le problème.

Exercice 6 (représenter, calculer)**.** On note ABC un triangle avec $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 10$ cm.

1) Dessiner le triangle ABC à échelle réelle.

   On note DEF un triangle avec $DE = 3$ cm, $EF = 2$ cm et $DF = 5$ cm.

2) Dessiner le triangle DEF à échelle réelle.
3) Est-ce qu'il y a proportionnalité entre les côtés des deux triangles ? Justifier.

Exercice 7 (communiquer)**.** Montrer que le périmètre d'un carré est proportionnelle à la longueur de ses côtés.

Exercice 8 (chercher, raisonner)**.** Maël achète 4 livres. Il paie 900 CFP. Chaque livre a le même prix.

1) S'il achète 16 livres, combien va-t-il payer ? Propose plusieurs stratégies pour résoudre le problème.

3.2.3 Examen

Exercice 1 (modéliser)**.** Sur une plage à la Mareto, il y a 10 crabes au mois de Janvier (on le note « mois 0 »). Chaque mois, il y a 5 crabes qui apparaissent sur la plage.

1) Compléter.

Mois	0	1	2	3	4
Nombre de crabes	10				

2) Est-ce qu'il y a proportionnalité entre le nombre de crabes en fonction des mois ? Justifier. Donner une formule si oui.
3) Combien crabes au mois 12 ? Justifier.

Exercice 2 (communiquer)**.** Montrer que le périmètre d'un carré est proportionnelle à la longueur de ses côtés.

Exercice 3 (représenter, calculer)**.** On note ABC un triangle avec $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm et $AC = 5$ cm.

1) Dessiner le triangle ABC à échelle réelle.

   On note DEF un triangle avec $DE = 1,5$ cm, $EF = 2$ cm et $DF = 2,5$ cm.

2) Dessiner le triangle DEF à échelle réelle.
3) Est-ce qu'il y a proportionnalité entre les côtés des deux triangles ? Justifier.

Exercice 4 (chercher)**.** Montrer que le tableau ci-dessous n'est pas de proportionnalité.

Quantité	1	2	3	4	5
Prix (en CFP)	115	230	345	460	555

3.3 Géométrie des angles

D'après Euclide (les *Elements*), si on prend deux droites non superposées alors elles s'intersecteront toujours en un seul et unique point. De ce point, on obtient une certaine région délimitée par ces deux droites et qui est intéressant d'étudier. C'est la notion d'angles.

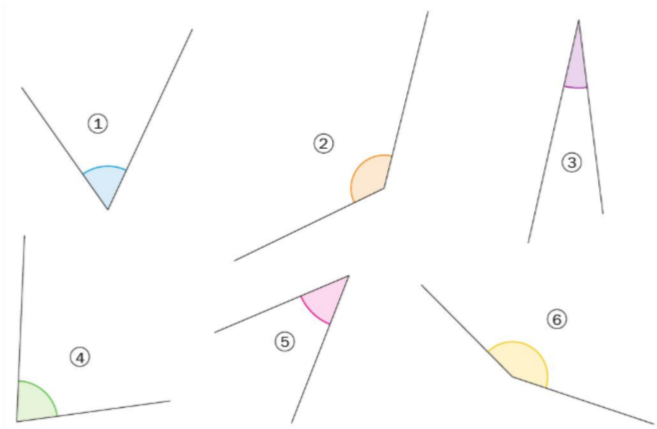
3.3.1 Angles

Commençons tout d'abord par formaliser la notion d'angles.

Objectif(s) d'enseignement. Connaître et utiliser les angles ainsi que le lexique et les notations. Mesurer un angle. Connaître la bissectrice d'un angle saillant.

Pré-requis. Nombres entiers et décimaux. Fractions décimales.

Activité de recherche 1. Dans la figure ci-dessous, il y a 6 secteurs angulaires.



1. Donner la mesure de l'angle de chaque secteur.

Angle numéro	1	2	3	4	5	6
Mesure de l'angle (en degré)						

2. **Leçon.** Donner une description d'un angle.

Définition. On appelle angle toute ouverture délimitée par deux demi-droites de même origine.

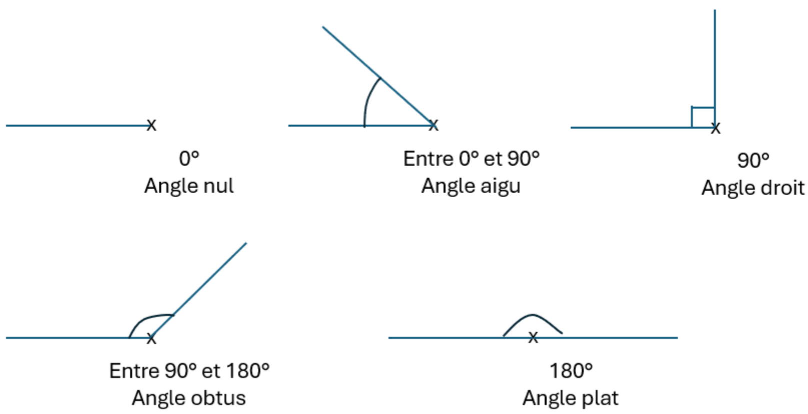
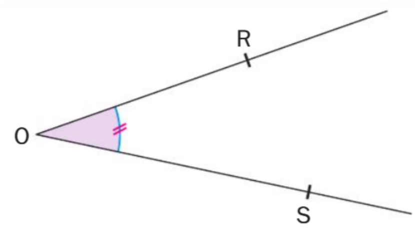


Figure. Classification des angles.

Remarque. *Pour nommer un angle, on parcourt les points du secteur angulaire dans le sens horaire (droite à gauche) ; ici, on écrira $\widehat{ROS}$ qui se lit lettre par lettre. Noter que le point où se situe l'angle est toujours au centre.*

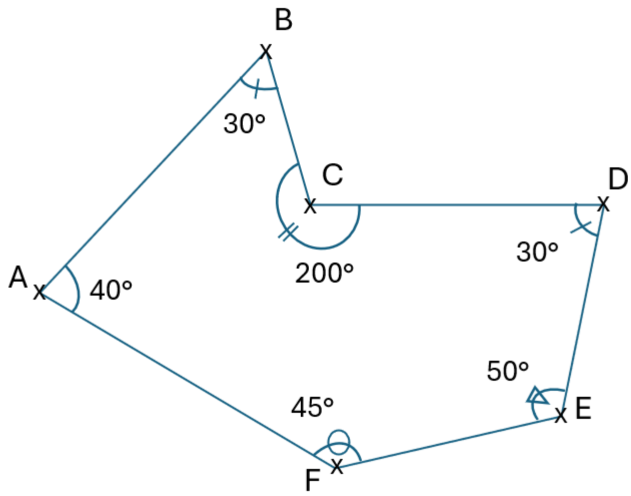


Dans la remarque, on peut aussi appeler cet angle $\widehat{O}$. En revanche, on peut la confondre avec d'autres angles : $\widehat{ROS}$ ou encore $\widehat{SOR}$.

Méthode. *Pour mesurer un angle, on utilise un rapporteur fait*

Remarque. *L'équerre mesure uniquement les angles droits.*

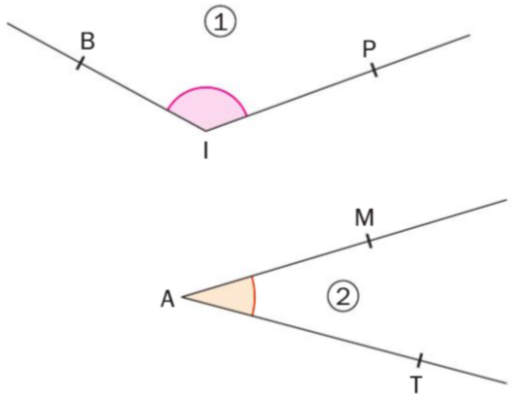
Exercice 1. Sur un plan orthonormé, on place six points A, B, C, D, E et F. Puis, on note $ABCDEF$ le polygone formé de ces points.



1. Remplir le tableau suivant.

Identité de l'angle		$\widehat{ABC}$			$\widehat{AFE}$	$\widehat{CDE}$
Mesure de l'angle	40^o		50^o	200^o		

Devoir 1. Dans la figure ci-dessous,



Pour chaque figure, donner

1. le nom de l'angle.
2. la mesure d'angles.
3. le type d'angle (obtus, aigus, etc.)

Fin de la première partie.
Pour la suite, nous verrons un cas particulier d'application des angles. Pensez à réviser la figure ci-dessus.

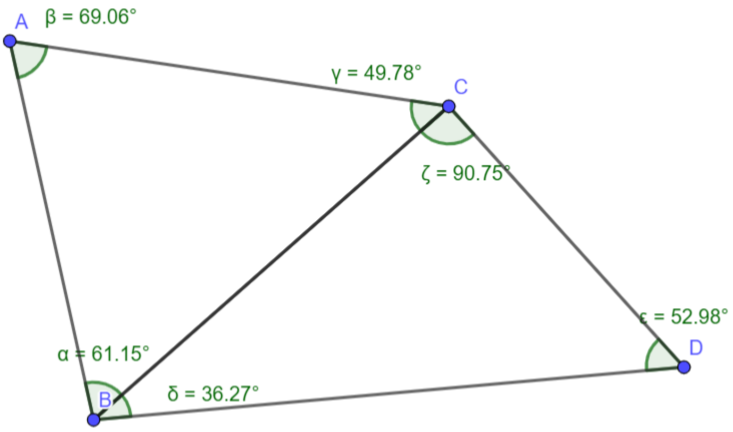
3.3.2 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes mettant en jeu des distances à un point. Construire un angle de mesure donnée. Effectuer des constructions et résoudre des problèmes avec la définition de la bissectrice d'un angle.

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes en s'appuyant sur la propriété caractéristique de la médiatrice.

Exercice 2 (Chasles, admis)**.** *La somme des angles dans un triangle est égale à 180 degré.*

Exercice 3 (Chasles, admis)**.** *Dans la figure ci-dessous,*



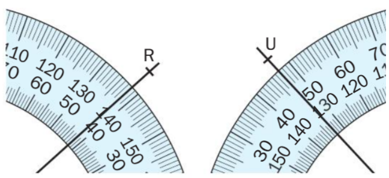
1. Calculer $\widehat{DBA}$.
2. Calculer $\widehat{DBC} + \widehat{CBA}$.
3. Écrire une formule entre $\widehat{DBA}$, $\widehat{DBC}$ et $\widehat{CBA}$.

Exercice 4. Soient $[OA)$ et $[OB)$ deux demi-droites telles que $\widehat{AOB} = 60^o$ et $OA = OB = 5$ cm.
Le but de cet exercice est de démontrer empiriquement le théorème de la bissectrice sans la trigonométrie : tout point de la bissectrice d'un angle est à égale distance des côtés de cet angle.

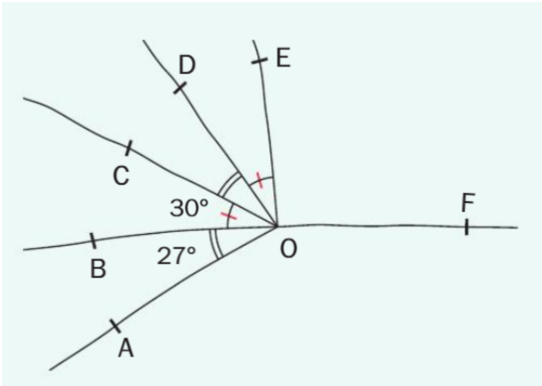
1. Tracer $[OO')$ la demi-droite telle que $\widehat{AOO'} = \widehat{BOO'} = 30^o$ et $A, B \in \mathscr{C}$.
2. Déterminer $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $O'B = \lambda OO'$ et $O'A = \lambda OO'$.
3. Conclure que $O'B = O'A$.

Exercice 5. Cet exercice revisite un résultat de la géométrie : le point de Fermat Toricelli.
Soit ABC un triangle quelconque dont aucun angle est supérieur ou égale à 120^o.

Exercice 6. Donner la mesure des angles sur chaque rapporteur.



Exercice 7 (raisonner)**.** Ci-dessous, l'angle $\widehat{EOF}$ est aigu.



1. Les points B, O, F sont-ils alignés ? Justifier.

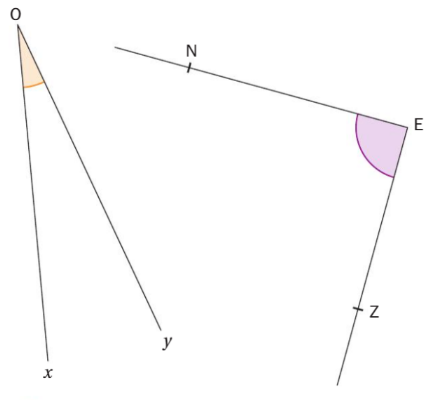
Indication. Raisonner par l'absurde : supposer qu'ils sont alignés et étudier ce qui se passe sur les angles.

3.3.3 Examen

Exercice 1. Soient ABC un triangle équilatéral de côté 3 cm.

1. Montrer que les médiatrices des côtés de ABC se coupent en un seul et unique point, qu'on note O.
2. Montrer que O est le centre d'un cercle dans lequel ABC est inscrt.

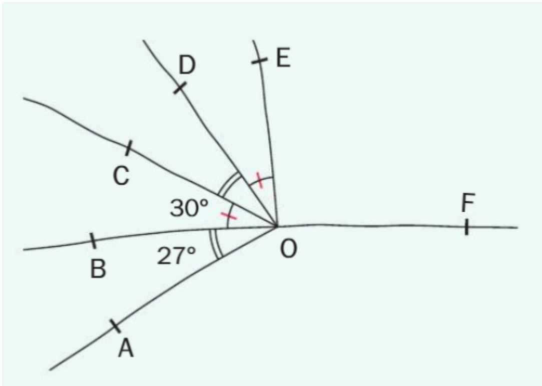
Exercice 2. Dans la figure ci-dessous,



1. Donner l'angle le plus grand par rapport à l'autre.

Exercice 3. Montrer que la somme des angles dans un triangle est égale à 180 degrés.

Exercice 4. Ci-dessous, l'angle $\widehat{EOF}$ est aigu.



1. Les points B, O, F sont-ils alignés ? Justifier.

Indication. Raisonner par l'absurde.

3.4 Transformations géométriques

Ce chapitre revisite tous les points vus précédemment : notions de droites et de positions, triangles et d'angles.

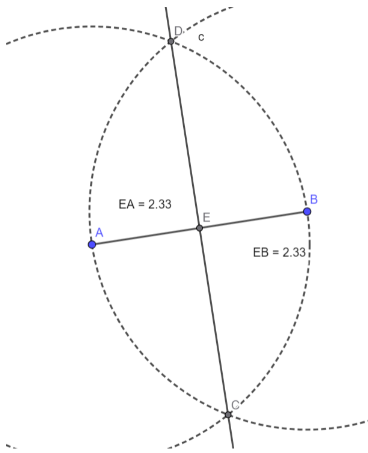
Toutes les figures de cette partie sont dans le plan.

3.4.1 Médiatrice d'un segment

Objectif(s) d'enseignement. Connaître et utiliser la définition du milieu d'un segment, de sa médiatrice. Comprendre et utiliser la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment.

Pré-requis. Nombres entiers et décimaux. Fractions décimales.

Apprentissage. Dans la figure ci-dessous.



Activité de recherche 1. Dans l'algorithme ci-dessous

Tracer $[PQ]$ *avec* $PQ = 5$ *cm* ;
Tracer $\mathscr{C}_P$ *de centre* P *et rayon* 5 *cm* ;
Tracer $\mathscr{C}_Q$ *de centre* Q *et rayon* 5 *cm* ;
Noter X *un point où* $\mathscr{C}_P$ *et* $\mathscr{C}_Q$ *s'intersectent* ;
Noter Y *le point où* $\mathscr{C}_P$ *et* $\mathscr{C}_Q$ *s'intersectent* ;
Tracer (XY) ;
Noter M *le point où* (XY) *et* $[PQ]$ *s'intersectent* ;

1. Donner la valeur de $\widehat{PMX}$, MP et MQ.
2. **Leçon.** Avec les questions précédentes, remplir la phrase

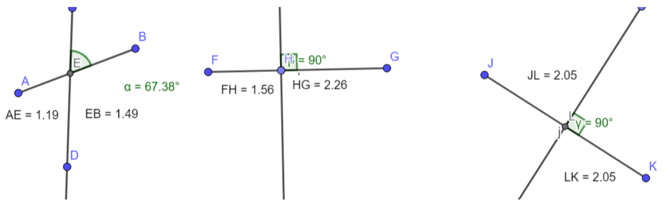
« On appelle médiatrice sur le segment $[AB]$ toute droite passant par le de $[AB]$. »

Définition. On appelle médiatrice d'un segment toute droite qui coupe ce segment par son milieu perpendiculairement.

En particulier, la droite coupant le segment par le milieu joue le rôle de « médiateur ».

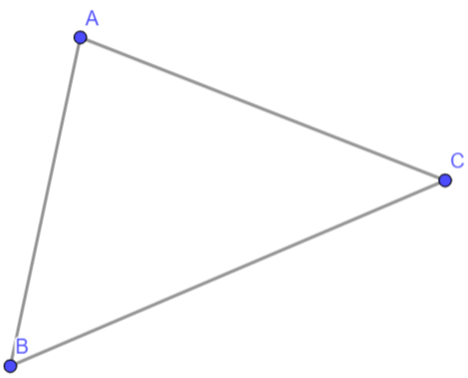
Remarque. *Il existe plusieurs droites qui coupent un segment par son milieu perpendiculairement.*

Exercice 1. Dans la figure ci-dessous.

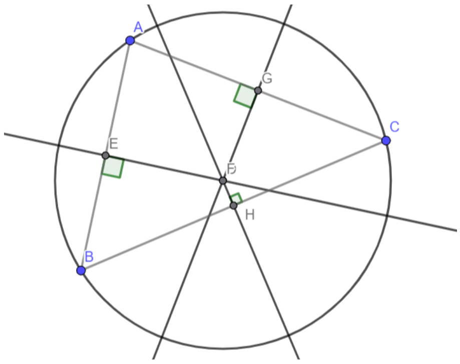


1. Dans quel cas a-t-on une médiatrice ? Justifier.

Devoir 1. Dans la figure ci-dessous



1. Tracer les médiatrices sur tous les côtés du triangle.
2. Observe-t-on un point commun sur toutes ces médiatrices ? Si oui, noter le O et tracer le cercle de centre O et passant par A.
3. Obtenez-vous comme dans la figure ci-dessous ?



Fin de la première séance.
Noter que la médiatrice joue un rôle de médiateur entre les deux extrémités d'un segment. Ce point est très important car il permet de construire une transformation géométrique que l'on va voir la prochaine fois.

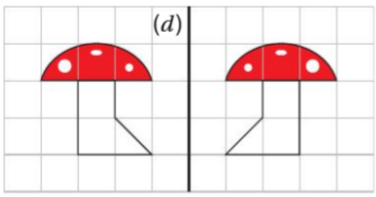
3.4.2 Symétrie axiale

Formalisons maintenant la notion de symétrie axiale avec la médiatrice.

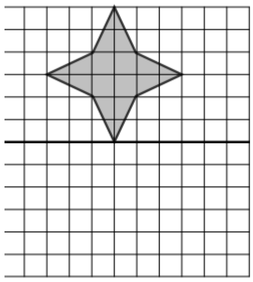
Objectif(s) d'enseignement. Définir la symétrie axiale.

Pré-requis. Droites. Segments. Médiatrice.

Apprentissage. L'effet miroir correspond à un phénomène qui réfléchit un objet par rapport à un miroir sur une surface.



Activité de recherche 2. Une étoile est réfléchi dans un miroir.



1. Tracer le reflet de cette étoile.
2. **Leçon.** Définir ce qu'est une symétrie axiale.

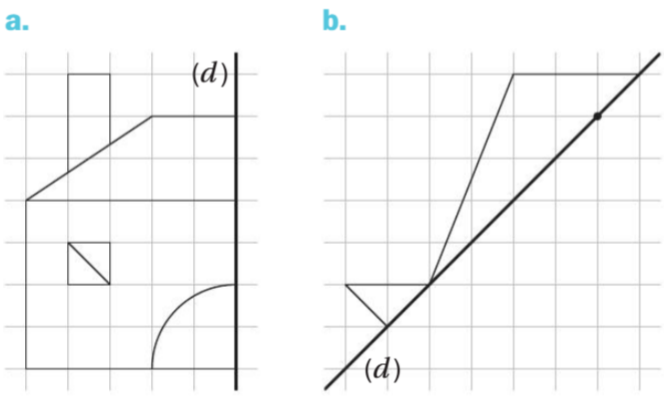
Définition. On dit que deux figures sont symétriques à un axe A si les deux figures se superposent par effet de pliage sur l'axe A.

En particulier, l'axe de symétrie est la médiatrice de deux couples de points.

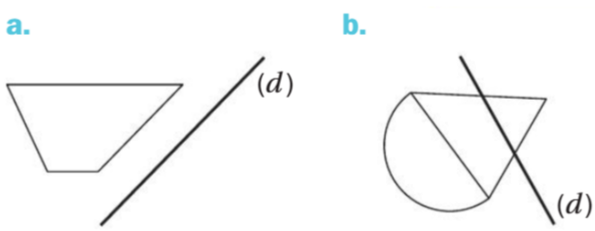
Remarque. *Faire une symétrie c'est construire une figure par pliage sur le long d'un axe.*

Remarque. *Tout cercle de centre O et de rayon $r > 0$ est l'unique figure du plan ayant une infinité de symétrie axiale partant par O.*

Exercice 2. Tracer le symétrique de chaque image.



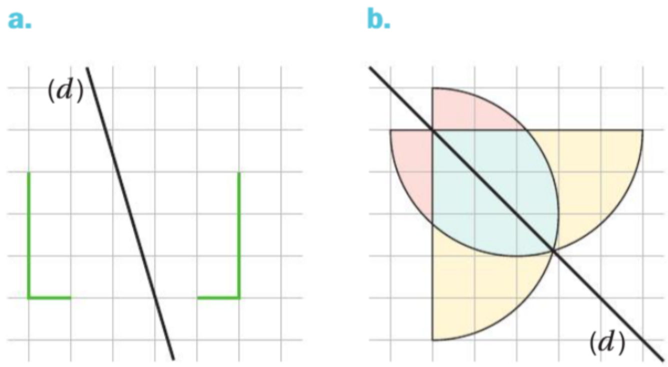
Devoir 2. Construire le symétrique dans chaque situation.



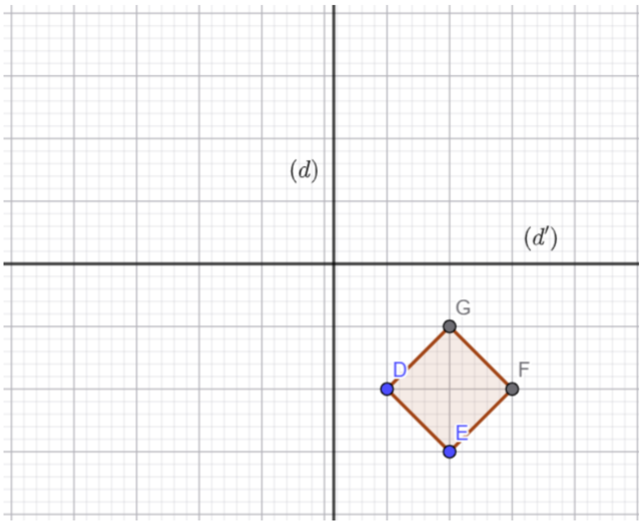
Fin de la deuxième séance.
Prenez la peine de faire les problèmes pour la prochaine séance.

3.4.3 Problèmes

Exercice 3. Quelle(s) situation(s) représente(nt) une symétrie. Justifier.

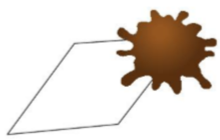


Exercice 4. Montrer que le symétrique de $DGFE$ par (d), puis par (d'), puis par (d) et par (d') c'est rien d'autres que $DGFE$.



Exercice 5. Donner un quadrilatère dont ses seuls axes de symétrie sont ses diagonales ? Justifier avec un schéma.

Exercice 6. Expliquer comment trouver le sommet qui caché derrière la tâche sans effectuer de tracés ou de pliage sur la tâche ?

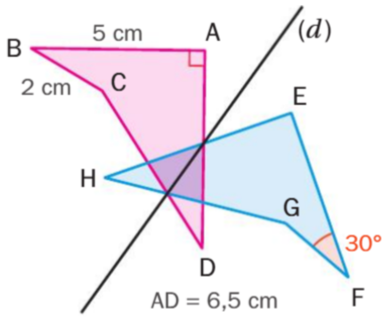


Exercice 7. Les figures rose et bleue sont symétriques par rapport à la droite (d).

1. Quelles longueurs et quelles mesures d'angle peut-on déterminer sur la figure ci-dessus ?

   $ABCD$ a pour aire 14cm^2 et la partie commune aux deux polygones a pour aire $1,5\text{cm}^2$.

2. Quelle est l'aire totale de la figure ?



Fin de séquence.

3.4.4 Examen

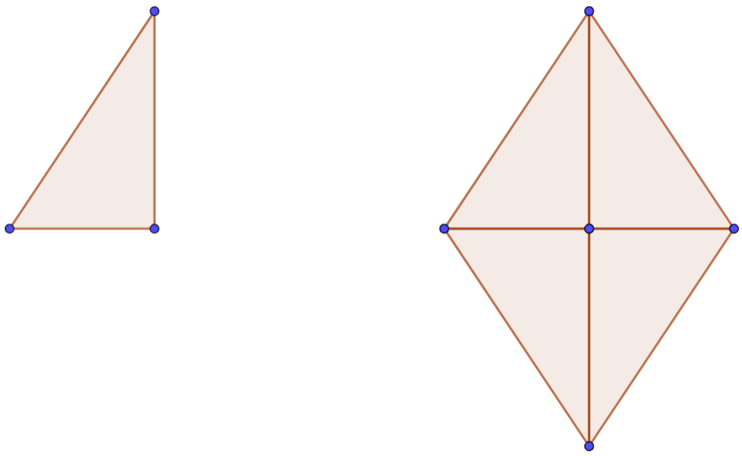
Exercice 1. Donner un quadrilatère dont ses seuls axes de symétrie sont ses diagonales ? Justifier avec un schéma.

Exercice 2. Construire un triangle IJK tel que $IJ = 7$ cm, $IK = 4,5$ cm et $JK = 5$ cm.

1. Tracer la médiatrice (d) du segment $[IJ]$, puis la droite (d') perpendiculaire à la droite (IJ) passant par J.
2. Que peut-on dire des droites (d) et (d') ? Justifier.

Exercice 3. Quel est le symbole manquant ?

Exercice 4. Expliquer comment construire la figure de droite à partir de la figure gauche avec <u>uniquement</u> des symétries.



3.5 Mesure des volumes

Tous les solides dans ce chapitre sont dans l'espace. Leur description sera rigoureusement étudié plus tard dans l'année.

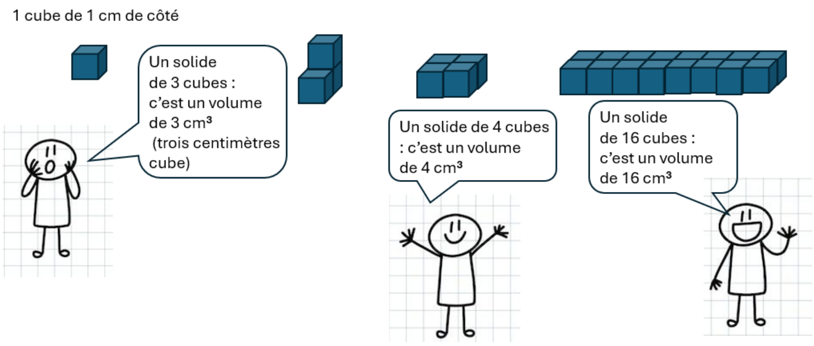
3.5.1 Mesurer des volumes

Commençons par définir la notion de volume. On rappelle qu'un solide est un objet de l'espace.

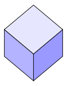
Objectif(s) d'enseignement. Connaître l'unité centimètre cube. Comparer des volumes. Déterminer un volume.

Pré-requis. Comparer des nombres entiers.

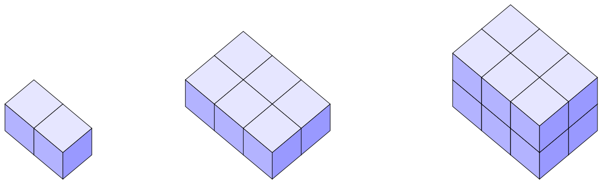
> **Apprentissage.** Uratini observe plusieurs solides formés de petits cubes. Il essaie d'estimer le volume que ces cubes occupent.



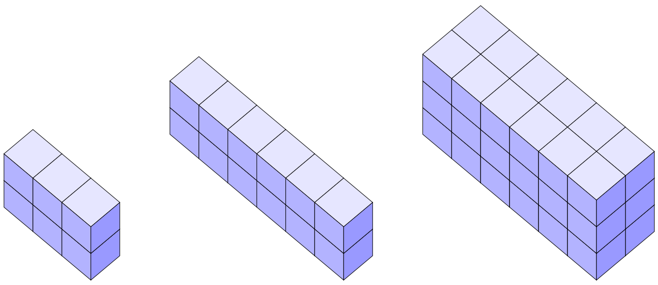
Activité de recherche 1. Une société envisage de mettre en place un mur de glaçon artificiel. Cette société synthétise un cube transparent modélisé par le cube ci-dessous faisant 1 cm de côtés. On l'appellera le *cube originel.*



On note $\mathscr{V}$ le volume qu'occupe ce cube au mur. Le but de l'exercice consiste à comprendre comment mesurer la surface d'un carré et d'un rectangle.



Solide 1 Solide 2 Solide 3



Solide 4 Solide 5 Solide 6

1. Donner la mesure de volume (en cm^3) de chaque solide en complétant le tableau ci-dessous.

Solide	1	2	3	4	5	6
Volume (en cm^3)						

Tableau. Volumes de chaque solide.

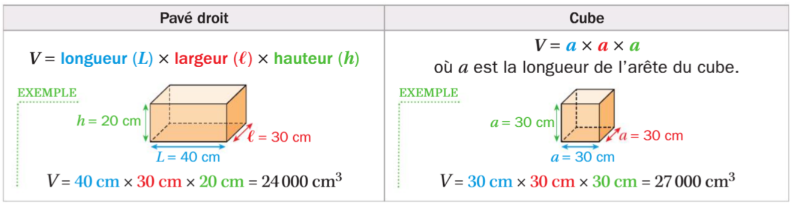
2. Quels sont les solides dont le volume est supérieur ou égal à 10 cm^3 ? Justifier.
3. **Leçon.** Donner une définition du centimètre cube et donner une technique pour comparer des volumes.

Définition. On appelle mesure de volumes d'un solide le nombre total d'unité de cubes occupé dans ce solide.

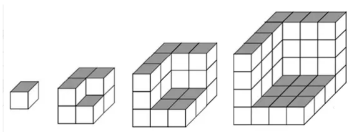
Remarque. *L'unité de volume sera imposée dès le départ car la mesure du volume dépend de l'unité de volume considéré.*

Figure	Formules
Cube de côté c	$c \times c \times c$
Pavé de largeur ℓ, longueur L et de hauteur h	$h \times \ell \times L$

Illustrons ces formules



Exercice 1. Dans la figure ci-dessous, des motifs de cubes évoluent à chaque étape.

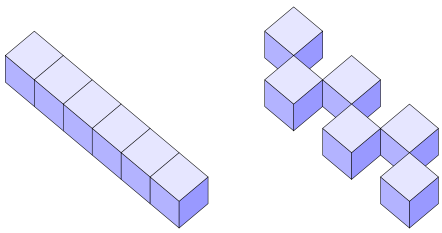


1. Donner le volume à l'étape 0.
2. Compléter le tableau.

Étape	0	1	2	3
Volume (en unité de cube)				

3. Calculer le volume à l'étape 10.

Devoir 1. Uratini emballe des chocolats de forme cubique (en cm^3) et il hésite entre deux représentations qui sont les suivantes.



Représentation 1 Représentation 2

1. Calculer le volume de chocolat dans chaque représentation.
2. Quel(s) emballages conviendrai(en)t à chaque représentation ? Justifier.

Emballage	Colonne rectangulaire	Paquet rectangulaire
Volume (en cm^3)	6	12

Fin de la première séance.

Prenez la peine de faire le devoir pour vous préparez à la séance d'exercices.

3.5.2 Problèmes

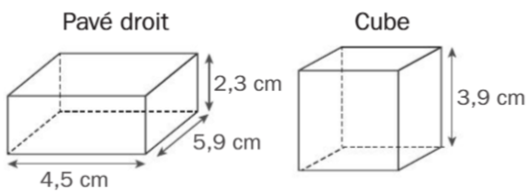
Objectif(s) d'enseignement. Calculer des volumes. Résoudre des problèmes impliquant la notion de volume.

Pré-requis. Nombres entiers. Nombres décimaux. Volume.

Exercice 2. Uratini joue avec des cubes.

1. Donner le nombre de cubes dans la figure ci-dessus. On justifiera pas cette réponse.

Exercice 3. Uratini fait une maquette de sa piscine (en cm) pour avoir un aperçu. Un logiciel rend le rendu dans l'image ci-dessous.



1. Quelle forme Uratini devra choisir pour sa piscine s'il veut avoir un plus grand volume ? Justifier.

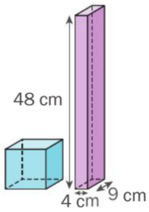
Exercice 4. Étant donné un pavé droit de dimension $\ell \times L \times h$ (où ℓ désigne la longueur, L la largeur et h la hauteur toutes en cm) vérifiant les règles suivantes :

1. ℓ, L, h sont des entiers positifs.
2. son volume $\mathscr{V} = 30\text{cm}^3$.

1. Chercher à quoi peut valoir les dimensions du pavé.

Indication. Il y a 5 possibilités à trouver.

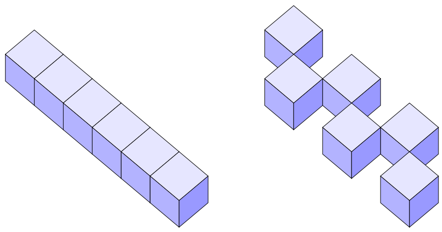
Exercice 5. Ci-dessous les solides ont exactement le même volume. Déterminer la valeur de l'arête du cube.



Fin de séquence.

3.5.3 Examen

Exercice 1. Uratini emballe des chocolats de forme cubique (en cm^3) et il hésite entre deux représentations qui sont les suivantes.

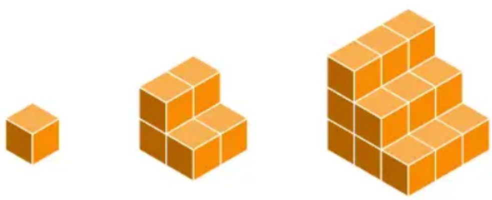


Représentation 1 Représentation 2

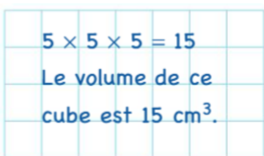
1. Calculer le volume de chocolat dans chaque représentation.
2. Quel(s) emballages conviendrai(en)t à chaque représentation ? Justifier.

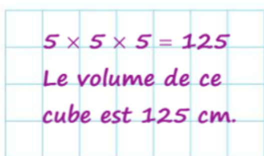
Emballage	Colonne rectangulaire	Paquet rectangulaire
Volume (en cm^3)	6	12

Exercice 2. Dans la figure ci-dessous, donner le volume de motifs à l'étape 10.



Exercice 3. Hereiti et Uratini ont calculé le volume d'un cube d'arête 5 cm.

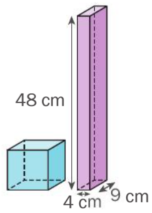




Travaux de Hereiti (à gauche) et Uratini (à droite).

1. Qui a juste ? Justifier et corriger s'il y a des erreurs.

Exercice 4. Ci-dessous les solides ont exactement le même volume. Déterminer la valeur de l'arête du cube.



Ce chapitre consolide les principes de conversion vers les volumes.

Dans ce chapitre, tous les solides sont dans l'espace.

3.5.4 Conversion des volumes

On rappelle que dans l'espace, on parlera d'unité de cube et cette partie formalise cette notion sous le nom de volume. Comme précédemment, la mesure d'un volume n'est pas toujours satisfaisante et il est pertinent de l'exprimer avec une unité adéquate.

Objectif(s) d'enseignement. Savoir convertir des volumes.

Activité de recherche 1. Uratini possède un silot de d'eau dont le volume est de 4300 dm^3. Chez lui, il pleut.

1. A l'aide du tableau, montrer que le silot d'eau fait 4,3 m^3.

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

Remarque. *Comme précédemment, convertir des volumes repose sur le même principe pour convertir des grandeurs. Toutefois, les tableaux de conversion sont différents car une unité contiendra trois colonnes.*

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		

TABLEAU. Conversion des volumes.

Les grandeurs peuvent être obtenues par équivalence avec les conventions suivantes.

$$1 \text{ cl} \longleftrightarrow 1 \text{ cm}^3$$

$$1000 \text{ L} \longleftrightarrow 1 \text{ m}^3$$

TABLEAU. Équivalence entre les grandeurs.

Exercice 1. Uratini a dessiné le plan de sa piscine sur une feuille. Sur le plan, la surface du potager est indiquée comme étant 15,54 m^3. On a les règles suivantes :

— « Si le volume est de 120 m^2, alors c'est bien le potager. »
— « Et si c'est le potager, alors sa surface est de 120 m^2. »

1. Convertis 12 000 dm^2 en m^2.

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	

2. La phrase suivante est-elle logique selon vous ? Justifier.

« La surface est de 120 m^2 si et seulement si c'est le potager. »

3. Un autre espace du jardin mesure 90 m^2. Est-ce le potager ? Justifie ta réponse.
4. Peut-on dire qu'un espace de 12 000 cm^2 est le potager ? Explique.

1. Convertir 0,15 m^3 en L.
2. Convertir 30 cL en L.
3. A l'aide des deux questions précédentes, combien de verre de *Vanaa* Uratini doit avoir pour remplir **totalement** sa glacière ?
4. A l'aide de la question précédente, combien Uratini devra payer ?

Devoir 1 (représenter, calculer, communiquer)**.** Pour refaire la salle de bain, on veut poser du carrelage sur le sol. La pièce mesure 3,5 m de long et 2 m de large. Les carreaux mesurent 400 cm^2 chacun.

1. Montrer que 1 m^2 équivaut à 10 000 cm^2.
2. A l'aide de la question précédente, combien faut-il de carreaux pour couvrir le sol ? Justifier votre réponse avec un schéma.

Fin de la deuxième séance.
Comme précédemment, ce nouveau tableau est souvent difficile à se rappeler.
Les exercices sont incontournables pour la bonne maîtrise de cette notion.

3.5.5 Problèmes

Objectif(s) d'enseignement. Résoudre des problèmes de conversion.

Exercice 2 (calculer)**.** Sur la route à Paopao, une famille vend des *Vanaa* à 3 000 cfp dans un verre de 30 cL. Uratini veut remplir sa glacière de 0,15 m^3 de *Vanaa*.

1. Convertir 0,15 m^3 en L.
2. Convertir 30 cL en L.
3. A l'aide des deux questions précédentes, combien de verre de *Vanaa* Uratini doit avoir pour remplir **totalement** sa glacière ?
4. A l'aide de la question précédente, combien Uratini devra payer ?

Exercice 3 (calculer, raisonner)**.** Uratini possède une piscine qui a une forme de parallélépipède rectangle. Elle mesure 10 m de long, 4 m de large et 2 m de profondeur.

1. Montrer que 1 m^3 équivaut à 1 000 L.
2. A l'aide de la question précédente, quel est le volume d'eau en litres que peut contenir cette piscine quand elle est remplie ?

   Uratini décide rempli sa piscine d'eau avec les éléments chimiques réglementaires (chlore, etc.) jusqu'à la limite du volume imposé.

3. Est-ce que Uratini

Exercice 4 (raisonner, calculer, communiquer)**.** Cette exercice consiste à appliquer le raisonnement par double implication.

$$\left(1\text{cL} \longleftrightarrow 1\text{cm}^3\right) \iff \left(1000\text{L} \longleftrightarrow 1\text{m}^3\right)$$

1. En sachant que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3, montrer que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3.
2. En sachant que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3, montrer que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3.
3. A l'aide des deux questions précédentes, conclure.

Fin de séquence.

3.5.6 Examen

Exercice 1 (calculer)**.** Convertir 1 mm^3 en L.

Exercice 2 (raisonner, calculer, communiquer)**.** Cette exercice consiste à appliquer le raisonnement par double implication.

$$\left(1\text{cL} \longleftrightarrow 1\text{cm}^3\right) \iff \left(1000\text{L} \longleftrightarrow 1\text{m}^3\right)$$

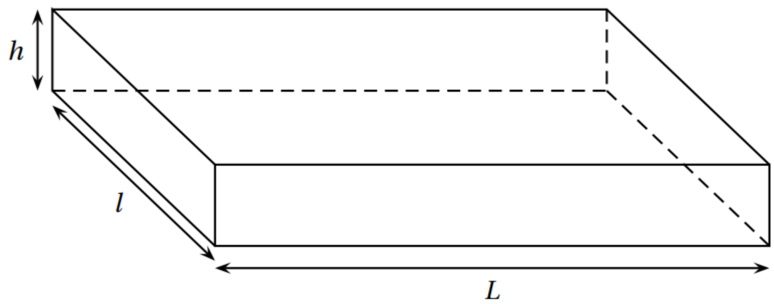
1. En sachant que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3, montrer que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3.
2. En sachant que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3, montrer que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3.
3. A l'aide des deux questions précédentes, conclure.

Exercice 3 (raisonner, calculer, communiquer)**.** Cette exercice consiste à appliquer le raisonnement par double implication.

$$\left(1\text{cL} \longleftrightarrow 1\text{cm}^3\right) \Longleftrightarrow \left(1000\text{L} \longleftrightarrow 1\text{m}^3\right)$$

1. En sachant que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3, montrer que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3.
2. En sachant que 1000 L $\longleftrightarrow$ 1 m^3, montrer que 1 cl $\longleftrightarrow$ 1 cm^3.
3. A l'aide des deux questions précédentes, conclure.

Exercice 4 (calculer, brevet des collèges 2025)**.** Uratini travaille à la poste et livre des colis représentés dans la figure ci-dessous.



La poste propose différents types de colis donnés dans le tableau ci-dessous.

Colis	Longueur L en mètre	Largeur l en mètre	Hauteur h en mètre
A	0,4	0,3	0,5
B	0,5	0,4	0,8
C	0,3	0,1	0,5
D	0,4	0,3	0,7
E	0,5	0,4	0,6

1. Montrer que le volume du colis E est bien de 0,12 m^3. Convertir ce volume en cm^3.
2. Donner le colis dont le volume (en cm^3) est le plus grand parmi les autres.

3.6 Probabilité

3.6.1 Probabilités

Objectif(s) d'enseignement. Définir la mesure du volumes.

Pré-requis. Fractions. Nombres décimaux.

Apprentissage. Tutoriel

Activité de recherche 1. Dans une urne, il y a 10 boules (« parfaitement » sphérique) organisées comme suit :

— 3 boules de couleur rouges.

— 3 boules de couleur vertes.

— 4 boules de couleur bleues.

On va tirer une boule dans une urne au hasard.

1. Donner le pourcentage de chances de tirer une boule rouge.

   On note les événements :
   — R : tirer une boule rouge.
   — V : tirer une boule verte.
   — B : tirer une boule bleue.

2. Compléter le tableau.

Événements	R	V	B	
Mesure des chances			$\frac{4}{10}$	(en forme fractionnaire)
Mesure des chances			0,4	(en nombre décimal)
Mesure des chances			40 %	(en pourcentage)

3. Donner la couleur des boules que l'on a le plus de chance de tirer. Justifier.
4. **Leçon.** Donner une description pour comparer deux nombres fractionnaires.

Définition. On appelle probabilité d'un événement tout nombre entre 0 et 1 désignant les chances que cet événement se réalise.

Les énoncés en exercices évoqueront la notion de probabilité qu'un événement se réalise qu'il faut comprendre comme « les chances qu'un événement se réalise ».

Remarque. *Les probabilités mesurent des chances. On obtient un pourcentage de chance en multipliant la probabilité par 100.*

Exercice 1. Dans une salle de classe, il y a 10 chaises vides dont 3 sont en mauvaise état. Uratini arrive dans la salle.

1. Déterminer la probabilité que Uratini s'assied sur une chaise en mauvaise état.

Devoir 1. Uratini lance une pièce deux fois.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir pile deux fois d'affiler ?

Fin de la première séance.
Prenez la peine de faire les exercices ci-dessous.

3.6.2 Exercices

Exercice 2. Quelle est la probabilité d'obtenir pile en lançant une pièce sans défaut ? Justifier.

Exercice 3. Quelle est la probabilité qu'une flèche, d'une unité d'aire de diamètre, touche une cible circulaire de rayon 3 m ? Justifier.

Indication. Faire un dessin de cette cible et faire apparaître la notion d'aire.

3.6.3 Examen

Exercice 1. Il y a 25 élèves dans la classe de 6e A dans un collège sur Moorea. On a :

- 15 élèves qui sont des filles.
- 20 élèves habitent sur Moorea.

1. Donner la probabilité qu'un élève soit une fille.
2. Donner la probabilité qu'un élève habite sur Moorea.

Exercice 2. Quelle est la probabilité qu'une flèche, d'une unité d'aire de diamètre, touche une cible circulaire de rayon 3 m ? Justifier.

Chapitre 4

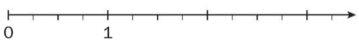
Automatisme

4.1 Représentation des problèmes avec des demi-droites

4.1.1 Comparaison

Exercice 1 (chercher)**.** Pour chaque cas, placer les nombres sur la frise et comparer les.

1) $\frac{1}{4}$ et $\frac{2}{4}$



2) $\frac{11}{4}$ et $\frac{2}{4}$

3) $\frac{10}{4}$ et $\frac{12}{4}$

4) $\frac{4}{4}$ et 1

5) $\frac{2}{4}$ et $\frac{13}{4}$

6) 2 et $\frac{4}{4}$

7) $\frac{7}{4}$ et $\frac{2}{4}$

4.1.2 Calculs

Exercice 2 (chercher)**.** Pour chaque cas, calculer en plaçant les nombres.

1) $1 + \frac{1}{4}$

2) $2 + \frac{1}{4}$

3) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

4) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4}$

4.2 Calcul

4.2.1 Par 1000, 100 ou 10

Exercice 3 (chercher)**.** Calculer

1) 140×10
2) 123×10
3) 111×10
4) 11245×10
5) 1124587×10
6) 140×100
7) 123×100
8) 111×100
9) 11245×100
10) 1124587×100
11) 140×1000
12) 123×1000
13) 111×1000
14) 11245×1000
15) 1124587×1000

4.2.2 Par 0,1 ; 0,01 ou 0,001

Exercice 4 (chercher)**.** Calculer

1) $140 \times 0,1$
2) $123 \times 0,1$
3) $111 \times 0,1$
4) $11245 \times 0,1$
5) $1124587 \times 0,1$
6) $140 \times 0,01$
7) $123 \times 0,01$
8) $111 \times 0,01$
9) $11245 \times 0,01$
10) $1124587 \times 0,01$
11) $140 \times 0,001$
12) $123 \times 0,001$
13) $111 \times 0,001$
14) $11245 \times 0,001$
15) $1124587 \times 0,001$

4.2.3 Division euclidienne

Dans ce travail, on applique le résultat suivant

Théorème (admis)**.** *Soit $a \in \mathbb{N}$ un entier et b un multiple de 10 alors il existe (q, r) uniques tel que*

$$a = b \times q + r$$

Si tel est le cas, on dit qu'on a fait la division euclidienne de a par 10.

Objectif(s) d'enseignement. Effectuer la division euclidienne d'un nombre entier par un nombre entier inférieur à 100. Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions décimales. Résoudre des problèmes mettant en jeu des divisions euclidiennes.

Exercice 1 (chercher)**.** Uratini est professeur au collège de Moorea et il a 33 élèves sous sa responsabilité. Dans sa salle de classe, il y a 3 rangs de 10 chaises (disponible et en bon état).

1. Montrer que 3 élèves ne pourront pas avoir de place ?
2. Combien d'élèves restent-ils ? Ecrire une égalité.

   Maintenant, 3 élèves ont changés de classe.

3. Combien d'élèves restent-ils ? Est-ce que tout le monde aura une place ? Ecrire une égalité.
4. **Leçon.** Écrire une égalité.

Exercice 2. Uratini vend des bananes. Il a 155 bananes et il doit faire 1 paquet contenant 15 bananes. Il a vendu 10 paquets au total. L'exercice consiste à savoir combien de bananes il reste avec la division euclidienne.

1. Écrire la division euclidienne de 155 par 10.
2. Conclure.

Exercice 3. Uratini vend des *Pitaya*. Il a 1555 bananes et il doit faire 1 paquet contenant 154 bananes. Il a vendu 100 paquets au total. L'exercice consiste à savoir combien de bananes il reste avec la division euclidienne.

1. Écrire la division euclidienne de 1555 par 100.
2. Conclure.

Exercice 4 (raisonner, communiquer)**.** Un collège a reçu 360 manuels scolaires. On les range sur des étagères pouvant contenir chacune 25 manuels.

1. Combien faut-il prévoir d'étagères ?

Exercice 5 (raisonner, communiquer)**.** Dans un verger, Marc a planté 358 poiriers en rangées de 18 poiriers.

1. Combien de rangées de poiriers Marc a-t-il plantées ?
2. Combien manque-t-il de poiriers sur la rangée incomplète ?

Exercice 6 (raisonner, communiquer)**.** Une école a 240 cahiers. On veut les ranger par piles de 10.

1. Combien de piles complètes peut-on faire ?
2. Combien de cahiers resteront-ils ?

Exercice 7 (raisonner, communiquer)**.** Un marchand a 1540 bonbons. Il veut les mettre dans des sachets de 100 bonbons chacun.

1. Combien de sachets complets peut-il préparer ?
2. Combien de bonbons restera-t-il ?

Exercice 8. Une usine fabrique 7250 bouteilles. On les range dans des cartons de 1000 bouteilles.

1. Combien de cartons seront entièrement remplis ? Colorer le nombre de cartons dans le tableau ci-dessous.

Cartons										

2. Combien de bouteilles resteront en dehors des cartons ?

Exercice 9. Montrer que le reste de la division euclidienne de 4 par 100 est égale à 0.

Exercice 10. Dans un verger, Marc a planté 358 poiriers en rangées de 18 poiriers.

1. Combien de rangées de poiriers Marc a-t-il plantées ?
2. Combien manque-t-il de poiriers sur la rangée incomplète ?

Exercice 11. Un livre coûte 2450 CFP.

1. Combien de billets de 1000 CFP faut-il pour le payer ?
2. Combien de monnaie recevra-t-on ?

4.2.4 Fractions avec même dénominateur

Exercice 1. Calculer

1) $\frac{1}{10} + \frac{3}{10}$
2) $\frac{9}{10} + \frac{3}{10}$
3) $\frac{20}{10} - \frac{10}{10}$
4) $\frac{5}{2} - \frac{3}{2}$
5) $\frac{1}{78} + \frac{3}{78}$

4.2.5 Fractions avec différents dénominateur

Dans ce travail, on applique la méthode.

Méthode. Pour mettre au même dénominateur, il suffit de multiplier chaque fraction par leur dénominateur opposé.

$$\frac{a}{b} \text{ et } \frac{c}{d} \Longrightarrow \frac{a \times d}{b \times d} \text{ et } \frac{c \times b}{d \times b}$$

Exercice 1. Dans chaque cas, ramener chaque fraction au même dénominateur et comparer.

1. $\frac{1}{2}$ et $\frac{4}{5}$.

2. $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{4}$.
3. $\frac{7}{15}$ et $\frac{8}{5}$.

Exercice 2. Lors d'une course :

— Uratini a parcouru $\frac{8}{9}$ du parcours.
— Tatehau a parcouru $\frac{5}{7}$ du parcours.

1. Est-ce que Uratini se trouve devant Tatehau ? Justifier.

Exercice 3. Coraline, à qui tout cela a donné soif, boit alors les $\frac{2}{5}$ d'une bouteille de jus de fruits de 50 cL. Quelle quantité de jus de fruits a-t-elle bue ?

Exercice 4. Tevaite, la gourmande, mange le quart d'un gâteau. Et Maimiti mange le tiers de ce qu'il reste. Qui en a mangé le plus ?

Exercice 5. Le lundi Elsa utilise les $\frac{2}{3}$ de sa pellicule photo. Le mardi elle utilise les $\frac{3}{4}$ de ce qu'il lui reste de pellicule. Quelle fraction de la pellicule a-t-elle utilisée le deuxième jour ?

Exercice 6. L'entreprise de Herehia a réalisé 1000 gâteaux. On a les proportions $\frac{650}{1000}$ sont réussis et $\frac{350}{1000}$ gâteaux sont ratés.

1. A-t-on plus de gâteaux réussis que de gâteaux ratés ? Justifier.

   L'entreprise de Herehia peuvent mettre en vente leur gâteaux si elle respecte la règle suivante :
   « **si** il y a entre 0 et 80 % de gâteaux réussis **alors** les gâteaux réussis peuvent être vendus »

2. Herehia peut-elle décider de vendre ses gâteaux réussis ? Justifier.

Exercice 7. Hereiti a lu les deux tiers d'une bande dessinée de 63 pages.

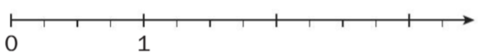
1. Montrer que 63 est dans la table de multiplication de 3.
2. Montrer qu'elle lui reste 21 pages à lire.

Exercice 8. Coraline vient de manger deux tiers du pot de confiture, et Corinne le cinquième du pot.

1. Quelle fraction du pot de confiture reste-t-il ?

Exercice 9. Uratini et Oriau font la course. Sur le parcourt, les deux se sont arrêtés.

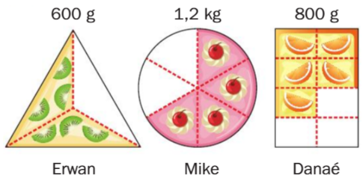
— Uratini s'est arrêté à $U\left(\frac{9}{4}\right)$.
— Oriau s'est arrêté à $O\left(\frac{3}{2}\right)$.



1. Placer les points U et O.
2. Qui est le plus proche de l'arrivée ? Justifier votre réponse.

Exercice 10. Coraline, à qui tout cela a donné soif, boit alors les $\frac{2}{5}$ d'une bouteille de jus de fruits de 50 cL. Quelle quantité de jus de fruits a-t-elle bue ?

Exercice 11. Donner la fraction de gâteaux que chaque enfant a mangé.



Exercice 12. Tevaite, la gourmande, mange le quart d'un gâteau. Et Maimiti mange le tiers de ce qu'il reste. Qui en a mangé le plus ?

Exercice 13. Sur une plage, il y a $\frac{7}{8}$ cailloux au jour 0. Chaque jour, le nombre de cailloux est multiplié par $\frac{2}{3}$.

1. Donner la portion de cailloux au jour 1 sous forme fractionnaire.
2. Compléter le tableau.

Jour	0	1	2	3
Portion de cailloux	$\frac{7}{8}$			

On constate qu'il y a des algues sur la place qui prend $\frac{2}{3}$ au jour 0. Chaque jour, la portion d'algues qu'occupe la plage augmente de $\frac{3}{8}$.

3. Donner la portion d'algues au jour 1 sous forme fractionnaire.
4. Compléter le tableau.

Jour	0	1	2	3
Portion d'algues	$\frac{2}{3}$			

5. **Leçon.** Définir une méthode pour multiplier deux fractions. De même pour additionner deux fractions.

Exercice 14. La route entre la fontaine d'eau de *Paopao* et le super U fait 50 m de longueur et 10 m de largeur. Hier soir, il y a trois cartons (de 1m^2 chacun) qui sont tombés d'un camion et qui étaient sur cette route. Dans deux cartons, il y a une *PS5*.

1. Calculer l'aire de cette route.
2. Combien de chances a-t-on de trouver un carton au hasard sur cette route ? Justifier.
3. Montrer qu'on a $\frac{2}{500}$ de chances de trouver un carton avec une *PS5* sur la route. Conclure que cela représente 4 % de chances (soit 96 % de risques).

   Uratini décide de prendre le risque d'aller chercher deux cartons au hasard dans le noir s'il a moins 5 % de risque.

4. Est-ce que Uratini ira chercher ? Justifier.

Exercice 15. Coraline, à qui tout cela a donné soif, boit alors les 2/5 d'une bouteille de jus de fruits de 50 cL. Quelle quantité de jus de fruits a-t-elle bue ?

Exercice 16. Tevaite, la gourmande, mange ensuite le quart d'un gâteau. Et Maimiti mange le tiers de ce qu'il reste. Qui en a mangé le plus ?

Exercice 17. Le lundi Elsa utilise les $\frac{2}{3}$ de sa pellicule photo. Le mardi elle utilise les $\frac{3}{4}$ de ce qu'il lui reste de pellicule. Quelle fraction de la pellicule a-t-elle utilisée le deuxième jour ?

Exercice 18. Uratini a commencé à planter 15 fleurs dans son jardin. Il a référencé ces fleurs dans le tableau ci-dessous en fonction des proportions.

Exercice 19. L'entreprise de Herehia a réalisé 1000 gâteaux. On a les proportions $\frac{650}{1000}$ sont réussis et $\frac{350}{1000}$ gâteaux sont ratés.

1. A-t-on plus de gâteaux réussis que de gâteaux ratés ? Justifier.

   L'entreprise de Herehia peuvent mettre en vente leur gâteaux si elle respecte la règle suivante :
   « **si** il y a entre 0 et 80 % de gâteaux réussis **alors** les gâteaux réussis peuvent être vendus »

2. Herehia peut-elle décider de vendre ses gâteaux réussis ? Justifier.

Exercice 20 (modéliser)**.** Dans une classe de 10 élèves au collège de *Iaorana* à Moorea, on a les proportions : $\frac{7}{10}$ des élèves sont originaires de Moorea, $\frac{2}{10}$ viennent de France et $\frac{1}{10}$ viennent de Tahiti.
Cet exercice étudie la diversité des élèves dans cette classe.

1. Donner l'origine qui domine dans la classe. Justifier.

Exercice 21. Uratini tond les $\frac{2}{5}$ de la pelouse de ses parents. Son frère en tond $\frac{1}{4}$.

1. Quelle portion de la pelouse Uratini et son frère ont-ils tondue à eux deux ?

4.3 Raisonnement par contre-exemple

Ce travail consiste à appliquer le raisonnement par contre-exemple pour résoudre un problème.

Exercice 1 (application concrète)**.** Trouver un contre-exemple pour chaque cas.

1. « Tous les collèges en Polynésie-Française sont situés à Tahiti. »
2. « Toutes les villes de Moorea commencent par la lettre V. »
3. « Toutes les salles de classe du collège de Paopao sont climatisées. »
4. « Tous les professeurs du collège de Paopao sont des femmes. »

Exercice 2 (application purement mathématiques)**.** Trouver un contre-exemple pour chaque cas.

1. « Tous les nombres entiers sont pairs »
2. « Tous les nombres de la table de 2 sont compris entre 0 et 10 »
3. « Les côtés de tous les triangles équilatérales sont égaux à 3 cm »

4.4 Raisonnement par l'absurde

Ce travail consiste à appliquer le raisonnement par l'absurde pour résoudre un problème. La particularité de ce raisonnement est qu'il est possible de montrer que quelque chose n'existe pas.

Exercice 1 (application concrète)**.** Appliquer le raisonnement par l'absurde.

1. Montrer que Tikehau n'est pas situé entre Tahiti et Moorea.

Carte illustrative de Tahiti et Moorea.

2. Montrer qu'il n'y a jamais eu d'hiver sur Tahiti en 2011.

Température moyenne mensuelle à Faa'a en 2011 en °C ***(source : ISPF[6])***

	Jan.	Fév.	Mar.	Avr.	Mai	Jui.	Jui.	Aoû.	Sep.	Oct.	Nov.	Déc.
Température	27,2	27,3	27,3	27,6	26,4	25,9	25,6	25,4	26,1	26,8	27,2	27,8

Exercice 2 (application purement mathématiques)**.** Appliquer le raisonnement par l'absurde.

1. Montrer que

$$\frac{7}{2} \neq \frac{8}{9}$$

4.5 Algorithme

4.5.1 Généralité

Ce travail consiste à lire et à écrire des algorithmes.

Entrée	Les nombres a et b	On entre deux nombres a et b.
Sortie	La somme $a+b$	On obtient la somme $a+b$ de ces nombres
Procédures	1. $s \leftarrow a+b$	On affecte la somme $a+b$ à une variable s
	2. Afficher s	On affiche la valeur de s

Exercice 1. Décrire, étape par étape, ce que fait chaque algorithme.

FIGURE 4.1 – Soustraction de deux nombres

Algorithme : Soustraction de deux nombres
Entrées : a, b
Sorties : différence de a par b
$s \leftarrow a - b$;
Afficher s ;

FIGURE 4.2 – Multiplication de deux nombres

Algorithme : Multiplication de deux nombres
Entrées : a, b
Sorties : produit de a par b
$p \leftarrow a \times b$;
Afficher p ;

FIGURE 4.3 – Calculer la moitié de deux nombres

Algorithme : Calculer la moitié de deux nombres
Entrées : a, b
Sorties : La moitié entre a et b
$m \leftarrow (b - a) \div 2$;
Afficher m ;

Exercice 2 (boucle Pour)**.** Décrire ce que fait chaque algorithme en précisant clairement la place de la bouche « pour » .

Exercice 3. Décrire ce que fait chaque algorithme avec l'instruction « Si » .

Exercice 4. Utiliser la boucle « Pour » pour réduire les algorithmes ci-dessous.

FIGURE 4.4 – Les nombres entre 1 et $a \in \mathbb{N}$.

Algorithme : Les nombres entre 1 et $a \in \mathbb{N}$.
Entrées : Un entier a
Sorties : Les nombres de 1 à a
pour $i \leftarrow 0$ **à** a **faire**
    Afficher i ;

FIGURE 4.5 – Table de multiplication de a de 1 à 10.

Algorithme : Table de multiplication de a de 1 à 10.
Entrées : a
Sorties : La table de a
pour $i \leftarrow 0$ **à** 10 **faire**
    Afficher $a \times i$;

Problèmes

Exercice 5. Pour chaque cas, écrire un algorithme.

1. Tous les nombres paires entre 1 et 1125.
2. Tous les nombres dans la table de 14.
3. Le nombre qui se situe entre a et $a + 2$.
4. La table de multiplication de 1235.
5. Le nombre entre 1 et 10 qui est pair et dans la table de 3.

4.5.2 Scratch

Exercice 6. Dans le logiciel Scratch, traduire chaque algorithme au langage Scratch.

Exercice 7. Sur papier, traduire chaque algorithme au langage Scratch au langage pseudocode.

Rédaction d'algorithme

Exercice 8. Rédiger les algorithmes suivants au langage pseudo puis au langage Scratch.

1. Un algorithme qui prend en entrée un nombre et renvoie son triple.
2. Un algorithme qui prend en entrée un nombre et renvoie son double.
3. Un algorithme qui prend en entrée un nombre a et renvoie le périmètre d'un carré de côté a.
4. Un algorithme qui prend en entrée deux nombres et renvoie son produit.

FIGURE 4.6 – Les 10 premiers successeurs de a.

Algorithme : Les 10 premiers successeurs de a.
Entrées : a
Sorties : Les 10 premiers successeurs de a
pour $i \leftarrow 0$ **à** 10 **faire**
  Afficher $a + i$;

FIGURE 4.7 – Maximum entre deux nombres différents.

Algorithme : Maximum entre deux nombres différents.
Entrées : Deux nombres a, b
Sorties : Le maximum entre a et b
si $a < b$ **alors**
  Afficher *Le maximum est b* ;
sinon
  Afficher *Le maximum est a* ;

Problèmes

Les problèmes ci-dessous sont potentiellement difficiles et nécessitent un recul important.

Exercice 9. Résoudre les problèmes suivant avec un algorithme.

1. Uratini possède un terrain de forme carré de côté a et de périmètre 10 m. Trouver la valeur du côté de ce terrain.

4.5.3 Géogebra

Exercice 10. Suivre chaque algorithme et répondre aux questions.

1. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
2. Est-ce que le point E est toujours à l'intersection des droites si AB change ?
3. Conclure.

Indication. Dans la dernière question, on attend à ce que vous dîtes si on peut généraliser votre réponse à la question 1.

Problèmes

Les problèmes ci-dessous sont potentiellement difficiles et nécessitent un recul important.

Exercice 11. Résoudre les problèmes suivant avec Géogébra.

1. Par combien de points les bissectrices d'un triangle se croisent-elles ?
2. Par combien de points les médiatrices d'un triangle se croisent-elles ?
3. Comment construire un cercle dont le diamètre est le plus grand côté d'un triangle rectangle auquel ses sommets sont des points du cercle ?

Figure 4.8 – Minimum entre deux nombres différents.

Algorithme : Minimum entre deux nombres différents.
Entrées : Deux nombres a, b
Sorties : Le minimum entre a et b

```
si a < b alors
    Afficher Le minimum est a
sinon
    Afficher Le minimum est b ;
```

Figure 4.9 – Les nombres pairs entre 1 et 10.

Algorithme : Les nombres pairs entre 1 et 10.
Sorties : Les nombres pairs entre 1 à 10

```
pour i ← 0 à 10 faire
    si i est pair alors
        Afficher i ;
```

4.5.4 Tableur

Exercice 12 (commandes de base)**.** On considère le tableau de donnée suivant.

	A	B	C	D	E	F
1	Quantité	1	2	3	4	5
2	Prix	100	200	300	400	500

Langage tableur numérique	Résultat	Interprétation
`=B2`	100	Affiche le contenu de la cellule B2
`=C2`		
`=MAX(B2;C2;D2)`		
`=MAX(B2:E2)`		
`=MAX(B2:F2)`		
`=MIN(B2:F2)`		
`=SOMME(B2:F2)`		

Exercice 13 (instruction)**.** On considère le tableau de donnée suivant.

	A	B	C	D	E	F
1	Quantité	1	2	3	4	5
2	Prix	100	200	300	400	500

Figure 4.10 – Les nombres entre 1 et $a \in \mathbb{N}$.

Algorithme : Les nombres entre 1 et $a \in \mathbb{N}$.
Entrées : Un entier a
Sorties : Les nombres de 1 à a

si *a n'est pas un entier* **alors**
  return Erreur.
pour $i \leftarrow 0$ **à** a **faire**
  Afficher i ;

Figure 4.11 – Générer les 10 nombres de la table d'un nombre

Algorithme : Générer les 10 nombres de la table d'un nombre
Entrées : Un nombre a
Sorties : Table de multiplication de a

Afficher $a \times 1$;
Afficher $a \times 2$;
Afficher $a \times 3$;
Afficher $a \times 4$;
Afficher $a \times 5$;
Afficher $a \times 6$;
Afficher $a \times 7$;
Afficher $a \times 8$;
Afficher $a \times 9$;
Afficher $a \times 10$;

Langage tableur numérique	Résultat	Interprétation
`=SI.CONDITIONS(B2<250;"pas cher";B2>250;"cher")`	pas cher	Evalue le contenu en cellule B2, afficher cher si $>$ 250, pas cher sinon.
`=SI.CONDITIONS(B2<300;"pas cher";B2>300;"cher")`		

Exercice 14 (tableau)**.** On considère le tableau de donnée suivant.

Exercice 15 (mise en forme conditionnelle)**.** On considère le tableau de donnée suivant.

Problèmes

Les problèmes ci-dessous sont potentiellement difficiles et nécessitent un recul important.

Exercice 16. Dans chaque tableau, répondre aux problèmes posés.

1. Tous les élèves qui ont eu la moyenne au contrôle de mathématiques.

FIGURE 4.12 – Les 10 premiers successeurs de a

Algorithme : Les 10 premiers successeurs de a
Entrées : Un entier a
Sorties : Les 10 premiers successeurs de a
Afficher $a + 1$;
Afficher $a + 2$;
Afficher $a + 3$;
Afficher $a + 4$;
Afficher $a + 5$;
Afficher $a + 6$;
Afficher $a + 7$;
Afficher $a + 8$;
Afficher $a + 9$;
Afficher $a + 10$;

FIGURE 4.13 – Mouvement d'un avatar sur Scratch

Algorithme : Mouvement d'un avatar sur Scratch
Avancer *de 10 pas*

FIGURE 4.14 – Calcul du double d'un nombre

Algorithme : Calcul du double d'un nombre
Entrées : Un entier a
Sorties : Le double de a
$d \leftarrow 2 \times a$;
Afficher d;

FIGURE 4.15 – Construction d'un point d'intersection

Algorithme : Construction d'un point d'intersection
Tracer $[AB]$ *avec* $AB = 5$;
Tracer (BC) *avec* $\widehat{ABC} = 60^o$;
Tracer (AD) *avec* $\widehat{BAC} = 60^o$;
Noter E *le point où* (AC) *et* (BC) *s'intersectent*;

Bibliographie