Enseignement scientifique

Partie mathématiques

Haerearii Metuarea

https://hmetuarea.github.io/

Table des matières

Introduction

L'objectif de ce cours est d'apprécier l'utilisation des mathématiques autour de trois thèmes scientifiques : Le futur de l'énergie ; les sciences, le climat et les sociétés ; l'histoire du vivant. Compte tenu du faible nombre de séances prévu pour chaque thème, nous ne pourrons satisfaire tous les concepts dans leur profondeur. C'est pourquoi nous nous contenterons de les aborder succinctement en motivant leur intérêt et leur efficacité.

Chapitre 1

Premier trimestre : Le futur de l'énergie

Nous étudions les différentes manières de s'alimenter en énergie : avec les carburants ou avec une centrale hydro-électrique. L'objectif est de cerner les enjeux de ces différents dispositifs et d'en mesurer les impacts sur l'environnement.

1.1 Équations et conversion des grandeurs

La découverte du pétrole a secoué le monde de l'industrie : essence pour les voitures, kérosène pour les aéronefs, etc. Devant des conditions de vie qui s'améliorent, une réflexion sur les impacts environnementaux n'a pas toujours été réalisée.

Objectif(s) d'enseignement.

— Calculer la masse de dioxyde de carbone produite par unité d'énergie dégagée pour différent combustible.

Pré-requis. Combustion. Équations de réaction de combustion.

Savoir(s) mathématiques. Calcul littéral. Grandeurs. Puissance de 10. Proportionnalité.

Pour produire de l'énergie, on utilise un combustible qui, combiné avec un comburant, permet la combustion. Par exemple, en allumant un feu de bois, l'air est le comburant et le bois est le combustible : ceci produit de l'énergie thermique sous forme de rayonnement. On distingue ce même principe dans le moteur des voitures et nous allons voir que la combustion fourni des effets néfastes pour l'environnement.

Il existe une grande variété de pétrole : mazout lourd, kérosène, etc. Dans cette partie, nous nous intéressons au GPL (*Gaz de pétrole liquéfié*) et substances chimiques qui la composent dont le propane qui a pour formule chimique C_3H_8 et dont l'énergie massique de la combustion du propane est $E_m = 46,3kJ.g^{-1}$.

L'équation de réaction modélisant la combustion du propane est

$$\underset{(gaz)}{C_3H_8} + 5\underset{(gaz)}{O_2} \longrightarrow 3\underset{(gaz)}{CO_2} + 4\underset{(gaz)}{H_2O}$$

Activité de recherche 1. On rappelle certaines masses atomiques

— $m_C = 1,99 \times 10^{-23}$ g. (carbone)

— $m_O = 2,66 \times 10^{-23}$ g. (oxygène)

— $m_H = 1,67 \times 10^{-24}$ g. (hydrogène)

1. Calculer le nombre de molécule contenues dans un gramme de propane à l'aide de la chaîne de calcul suivante

$$m_{C_3H_8} = 3 \times m_C + 8 \times m_H = 3 \times \boxed{} + 8 \times \boxed{}$$
$$= \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} \text{ g}$$

2. D'après l'équation de réaction, combien de môle de CO_2 a-t-on obtenu pour une môle de C_3H_8 ?
3. Déduire le nombre de molécule de CO_2 produite à l'aide de la chaîne de calcul suivante

$$n_{CO_2} = \boxed{} \times m_{C_3H_8} = \boxed{} \times \boxed{} = \boxed{} \text{ mol.}$$

4. Déduire la masse de CO_2 produite qu'on note $\widehat{m_{CO_2}}$; à l'aide de la chaîne de calcul suivante

$$\begin{aligned}\widehat{m_{CO_2}} &= n_{CO_2} \times (m_C + 2 \times m_O)\\ &= \boxed{} \times \left(\boxed{} + 2 \times \boxed{}\right)\\ &= \boxed{} \times \boxed{}\\ &= \boxed{} \text{ g}\end{aligned}$$

5. Calculer la masse de CO_2 produite par unité d'énergie libérée par la combustion de propane à l'aide de la chaîne de calcul suivante

$$\frac{m_{CO_2}}{E_m} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{} \text{ g}.J^{-1}$$

Accessoirement, nous pouvons écrire un algorithme pour systématiser le calcul.

Pour aller plus loin, nous pouvons étudier les différents combustibles présents dans le GPL et notés dans le tableau qui suit.

Combustible	Équation de réaction de combustion
Méthane $\underset{(gaz)}{CH_4}$	$\underset{(gaz)}{CH_4} + 2\ \underset{(gaz)}{O_2} \rightarrow \underset{(gaz)}{CO_2} + \underset{(gaz)}{2H_2O}$
Octane $\underset{(liquide)}{C_8H_{18}}$	$2\ \underset{(liquide)}{C_8H_{18}} + 25\ \underset{(gaz)}{O_2} \rightarrow \underset{(gaz)}{16CO_2} + \underset{(gaz)}{18H_2O}$
Dodécane $\underset{(liquide)}{C_{12}H_{26}}$	$\underset{(liquide)}{2C_{12}H_{26}} + 37\ \underset{(gaz)}{O_2} \rightarrow \underset{(gaz)}{24CO_2} + \underset{(gaz)}{26H_2O}$

DOCUMENT 1. Équations de réaction de combustion de certain combustible.

Combustible	Énergie massique de combustion E_m en $kJ.g^{-1}$
Méthane	$50,0$
Octane	$44,6$
Dodécane	$44,1$

DOCUMENT 2. Énergie massique de combustion de certain combustible.

Nous étudions l'intensité qui chemine dans un réseau électrique : réseau électrique d'une ville, réseau électrique d'un village, etc. Nous nous intéressons aux différences d'intensité entre différents noeuds et une manière qui permet de maximiser l'intensité nécessaire dans les foyers, les appareils, etc.

Fin de la première séance.
Prenez la peine de bien retenir la méthodologie pour l'examen.

1.2 Théorie des graphes

Objectif(s) d'enseignement.

— Modéliser un réseau de distribution électrique simple par un graphe orienté.

— Exprimer mathématiquement les contraintes et la fonction à minimiser.

— Résoudre un problème d'optimisation avec contrainte.

Pré-requis. Loi d'ohm. Loi des noeufs. Résistance. Effet joule.

Savoir(s) mathématiques. Polynômes de degré 2. Théorie du transport optimal. Théorie des graphes.

Nous étudions l'optimisation du transport électrique ; à savoir, la réduction des pertes d'électricité qui chemine dans un réseau électrique. Dans un tel réseau, le courant électrique circule dans un cable avec une certaine résistance. Cette résistance est responsable des pertes en ligne sous forme de chaleur : c'est l'effet Joule. Ainsi, il est nécessaire de connaître l'intensité à injecter dans un réseau afin que l'alimentation des cibles réceptrices soit optimale : foyers, établissements publics, etc.

Commençons d'abord par rappeler les formules élémentaires en électricité $U = R \times I$ et $P = U \times I$ (la loi d'ohm). Naturellement, nous précisons que

— l'intensité (en ampère) est symbolisée par I.

— la tension (en volt) est symbolisée par U.

— la puissance (en watt) est symbolisée par P.

— la résistance (en ohm) est symbolisée par R.

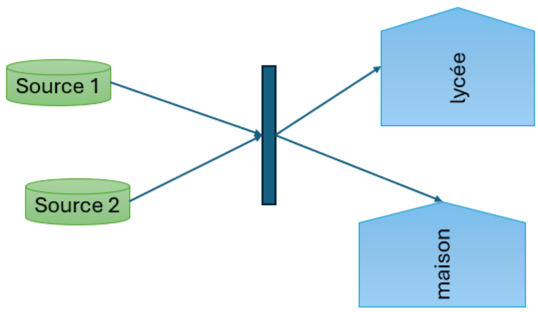
Donnons-nous un exercice simple de l'expression de la puissance en fonction de la résistance et de l'intensité.

Exercice 1. Montrer que la puissance P s'exprime de la manière suivante

$$P = R \times I^2$$

Cette formule exprime la puissance dissipé par effet Joule dans un conducteur de résistance R et traversé par un courant I.

Uratini est aiguilleurs de l'électricité dans la société Électricité de Tahiti (EDT). Il étudie une condition pour minimiser les pertes par effet Joule dans le réseau électrique à Papara en alimentant ce réseau par deux sources d'alimentation électrique vers un répartiteur. Les cibles réceptrices dans ce réseau sont le lycée Tuianu Le Gayic de Papara et la maison de Uratini. Nous pouvons voir schématiquement ce réseau ci-après.



Document. Réseau électrique avec les sources distributrices à gauche, le répartiteur au centre et leur cible réceptrice à droite.

Pour plus de simplicité dans notre étude, nous allons exclusivement analyser des situations simples dont le transport se réalisera par un seul nœud.

Nous représentons la situation sous forme de graphe orienté.

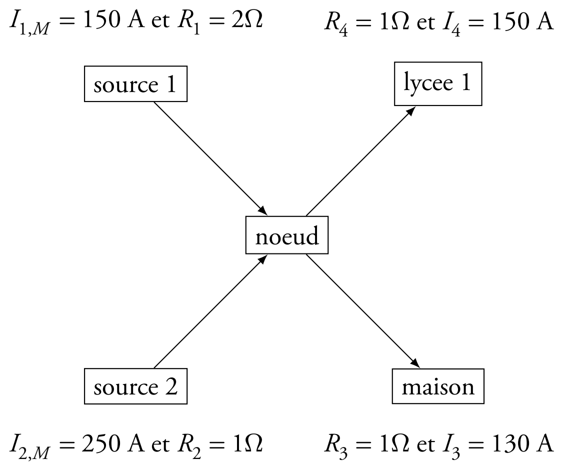
— les noeuds décrivent les sources distributives, les cibles, les répartiteurs et transformateurs.

— les branches décrivent le courant entre chaque noeud.

1. Modéliser le cheminement précédent en complétant le graphe ci-dessous à l'aide des mots-clés et les caractéristiques qui suivent :

   — *source 1* : $I_{1,M} = 150$ A et $R_1 = 2\Omega$.

— *source 2* : $I_{2,M} = 250$ A et $R_2 = 1\Omega$.
— *noeud*.
— *maison* : $I_3 = 130$ A et $R_3 = 1\Omega$.
— *lycée* : $I_4 = 150$ A et $R_4 = 1\Omega$.



Les contraintes suivantes sont

— Chaque branche est parcourue par une intensité I et une résistance R.
— La loi des noeuds s'applique sauf mention explicite du contraire.
— Les puissances consommées par les cibles sont fixes donc les intensités à la sortie de chaque noeuds sont constants.
— La tension est constante dans le réseau.
— L'intensité maximale du courant électrique aux sources est liée à sa puissance maximale :

$$I_1 \leq \frac{P_{1max}}{U} \text{ et } I_2 \leq \frac{P_{2max}}{U}$$

Étude des contraintes. On note I_1 et I_2 les intensités (en A) qui traverses les branches au niveau des sources respectives.

2. Calculer $I_1 + I_2$ et déterminer une expression de I_2 en fonction de I_1 en complétant le schéma suivant.

$$I_1 + I_2 = \boxed{} + \boxed{} \qquad \text{(loi des noeuds)}$$
$$= 280 \text{ A}$$

Donc

$$I_2 = 280 - \boxed{}$$

3. Montrer que $I_1 \leq 150$ et $I_2 \leq 250$.
4. Montrer que $30 \leq I_1 \leq 150$ en complétant le schéma suivant

$$I_2 \leq 250$$

$$280 - \boxed{} \leq 250$$

$$280 - \boxed{} \leq \boxed{}$$

$$30 \leq I_1$$

5. Montrer de la même manière que $130 \leq I_2 \leq 250$.

   Étude des pertes de puissance par effet Joule. On note P_J la fonction décrivant la perte de puissance par effet Joule par rapport à la source 1.
   Pour minimiser la perte, il faut réduire la puissance dissipée par effet Joule.
   L'expression d'une telle fonction dans un réseau avec deux sources distributrices, un noeud et deux cibles réceptrices est

$$P_J : I_1 \mapsto P_J(I_1) = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2$$

6. Montrer que l'expression de P_J pour la source 1 est

$$P_J : I_1 \mapsto 3I_1^2 - 560I_1 + 117800$$

7. Montrer que le minimum de P_J est atteint en $I_1 = 93$ A (arrondi à l'unité près).

Fin de la deuxième séance.
Prenez la peine de bien retenir la méthodologie pour l'examen.

1.3 Travaux dirigés

Nous avons appris que certains carburants sont plus nocifs que d'autres. C'est pourquoi il est nécessaire de repenser à une autre manière de produire de l'énergie. La production d'énergie électrique par une source vers ses cibles n'est pas toujours optimale. Nous allons étudier un moyen qui permet de mesurer et de juger si la production est optimale ou non.

Objectif(s) d'enseignement.

— Définir le rendement d'un alternateur.

Pré-requis. Énergie. Conversion d'énergie. Électricité.

Savoir(s) mathématiques. Grandeurs. Calcul.

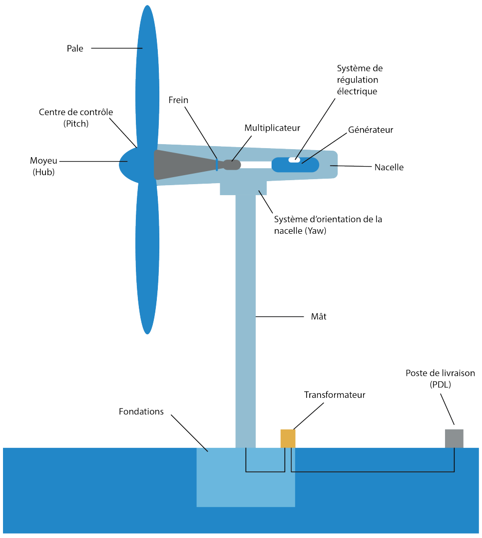
Une centrale hydraulique convertie le mouvement d'une turbine en électricité avec un alternateur : c'est la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique. Toutefois, une partie de cette énergie est perdue (voir dissipée). Il existe d'autre centrale, voir d'autre moyen de production, qui permet de produire de l'électricité avec le moins de perte possible. Pour mesurer cette perte nous utilisons de ce qu'on appelle le rendement (noté η) et est donné par la formule

$$\eta = \frac{E_{utile}}{E_{fournie}}$$

où l'énergie est exprimée en Joule (notée J).

Une éolienne est un dispositif qui utilise le vent pour produire de l'électricité. Le schéma qui suit explique sa composition.

1. Représenter la conversion d'énergie qui a lieu dans l'alternateur d'une éolienne.
2. Calculer le rendement de l'alternateur d'une éolienne.



SCHEMA. Composition d'une éolienne.

Énergie mécanique fournie aux pâles par le vent	7 713 MWh
Énergie mécanique transmise à l'alternateur	4 250 MWh
Énergie électrique obtenue	4 030 MWh

TABLEAU. Valeurs annuelles (en MWh) des énergies intervenant dans la chaîne énergétique d'une éolienne.

Nous allons faire la synthèse des deux parties précédentes.

Exercice 2. On rappelle certaines masses atomiques

— $m_C = 1{,}99 \times 10^{-23}$ g. (carbone)

— $m_O = 2{,}66 \times 10^{-23}$ g. (oxygène)

— $m_H = 1{,}67 \times 10^{-24}$ g. (hydrogène)

Sur le *motu Titaina*, Uratini produit de l'électricité avec un groupe électrogène alimenté par du pétrole GPL. Il constate que le butane est un combustible fossile dont la formule est C_4H_{10} et la combustion du butane est donnée par l'équation

$$\underset{(gaz)}{2C_4H_{10}} + \underset{(gaz)}{13\ O_2} \rightarrow \underset{(gaz)}{8CO_2} + \underset{(gaz)}{10H_2O}$$

1. Montrer qu'une molécule de butane pèse 9.63×10^{-23} g.
2. Remplissez le tableau suivant et conclure qu'un gramme de butane contient $1,04 \times 10^{22}$ molécule.

Masse de C_4H_{10} (en g)	9.63×10^{-23}	1
Nombre de molécule de C_4H_{10}	1	

3. D'après l'équation de réaction, combien de molécule de CO_2 est produite par une molécule de C_4H_{10} ? Conclure qu'il y a environ $4,16 \times 10^{22}$ molécule de CO_2 qui est produite.
4. Déduire que la masse de CO_2 produite est égale à environ 3 gramme.

Le groupe électrogène produit trop de dioxyde. Uratini change de manière pour s'alimenter et décide de construire des panneaux solaires et des éoliennes.

Exercice 3. Uratini installe sur son *motu* :

— des panneaux solaires d'intensité maximale $I_{1,M} = 5$ A et de résistance $R_1 = 0,2$.
— des éoliennes d'intensité maximale $I_{2,M} = 4$ A et de résistance $R_2 = 0,05$.

Le réseau distribue de l'électricité à travers un répartiteur vers deux cibles réceptrices

— une maison d'intensité $I_3 = 4$ A et de résistance $R_3 = 0,2$.
— un bungalow d'intensité $I_4 = 2$ A et de résistance $R_4 = 0,2$.

1. Représenter par un graphe la situation en mentionnant bien
   — les sources distributrices : panneaux solaires et éoliennes.
   — le nœud : répartiteur.
   — les cibles réceptrices : le village et l'église.

   Étude des contraintes. On note I_1 et I_2 les intensités (en A) qui traverses les branches au niveau des sources respectives.

2. Montrer que $I_1 + I_2 = 6$.
3. Justifier que $I_1 \leq 5$ et $I_2 \leq 4$.
4. Déduire que $I_1 \in [2;5]$ et $I_2 \in [1;4]$.

   Étude des pertes de puissance par effet Joule. On note P_J la fonction décrivant la perte de puissance par effet Joule par rapport à la source 1.

5. Montrer que P_J, la fonction décrivant la perte de puissance par effet Joule par rapport à $I_1 \in [2;5]$ est

$$P_J : I_1 \mapsto P_J(I_1) = 0,25I_1^2 - 0,6I_1 + 5,8$$

6. Montrer que l'intensité à laquelle les panneaux solaires minimiseront la perte de la puissance par effet Joule est $I_1 = 2$ A.

Fin de la troisième séance.

Prenez la peine de bien retenir la méthodologie pour l'examen lors de la dernière séance.

1.4 Examen final

Exercice 1. On rappelle certaines masses atomiques

— $m_C = 1,99 \times 10^{-23}$ g. (carbone)

— $m_O = 2,66 \times 10^{-23}$ g. (oxygène)

— $m_H = 1,67 \times 10^{-24}$ g. (hydrogène)

Sur le *motu Titaina*, Uratini produit de l'électricité avec un groupe électrogène alimenté par du pétrole GPL. Il constate que le butane est un combustible fossile dont la formule est C_4H_{10} et la combustion du butane est donnée par l'équation

$$2\underset{(gaz)}{C_4H_{10}} + 13\ \underset{(gaz)}{O_2} \rightarrow 8\underset{(gaz)}{CO_2} + 10\underset{(gaz)}{H_2O}$$

1. Montrer qu'une molécule de butane pèse 9.63×10^{-23} g à l'aide du calcul suivant

$$m = 4 \times m_C + 10 \times m_H = \cdots$$

2. Remplissez le tableau suivant et conclure qu'un gramme de butane contient <u>environ</u> $1,04 \times 10^{22}$ molécule.

Masse de C_4H_{10} (en g)	9.63×10^{-23}	1
Nombre de molécule de C_4H_{10}	1	

Indication. On pourrait appliquer le produit en croix.

3. A l'aide de l'équation de réaction, montrer qu'il y a 2 molécules de CO_2 qui sont produites par une molécule de C_4H_{10}. Conclure qu'il y a <u>environ</u> $4,16 \times 10^{22}$ molécule de CO_2 qui est produite à l'aide du calcul suivant

$$M = 4 \times m = \cdots$$

4. Déduire que la masse de CO_2 produite est égale à <u>environ</u> 3 gramme.

$$M_{CO_2} = M \times (m_C + 2m_O) = \cdots$$

Le groupe électrogène produit trop de dioxyde. Uratini change de manière pour s'alimenter et décide de construire des panneaux solaires et des éoliennes.

Exercice 2. Uratini installe sur son *motu* :

— des panneaux solaires d'intensité maximale $I_{1,M} = 5$ A et de résistance $R_1 = 0,2$.

— des éoliennes d'intensité maximale $I_{2,M} = 4$ A et de résistance $R_2 = 0,05$.

Le réseau distribue de l'électricité à travers un répartiteur vers deux cibles réceptrices

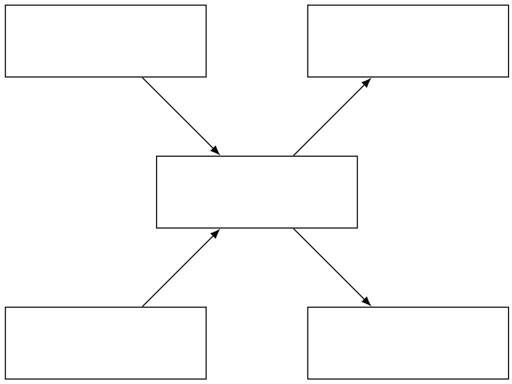
— une maison d'intensité $I_3 = 4$ A et de résistance $R_3 = 0,2$.

— un bungalow d'intensité $I_4 = 2$ A et de résistance $R_4 = 0,2$.

1. Représenter par un graphe la situation en mentionnant bien
   — les sources distributrices : panneaux solaires et éoliennes.
   — le nœud : répartiteur.

— les cibles réceptrices : la maison et le bungalow.

On n'oubliera pas de mentionner les intensités associées à chaque élément du graphe.



On note I_1 et I_2 les intensités (en A) qui traverses les branches au niveau des sources respectives. Après calcul, les contraintes sont $I_1 \in [2;5]$ et $I_2 \in [1;4]$.

Étude des pertes de puissance par effet Joule. On note P_J la fonction décrivant la perte de puissance par effet Joule par rapport à la source 1. Après calcul, la fonction décrivant la perte de puissance par effet Joule par rapport à $I_1 \in [2;5]$ est

$$P_J : I_1 \mapsto P_J(I_1) = 0,25I_1^2 - 0,6I_1 + 5,8$$

La fonction est représentée graphiquement dans la figure 1.1.

2. Montrer que l'intensité à laquelle les panneaux solaires minimiseront la perte de la puissance par effet Joule est $I_1 = 2$ A.

   Indication. On rappelle que I_1 (en abscisse) est compris entre 2 et 5.

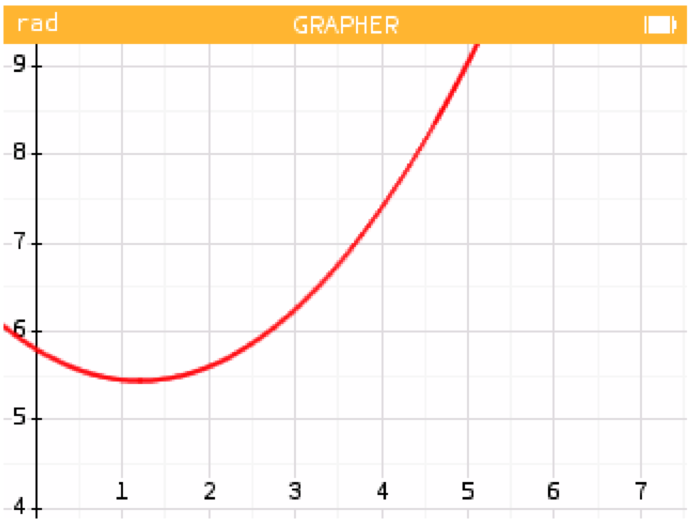


Figure 1.1 – Représentation graphique de la fonction $x \mapsto 0.25x^2 - 0.6x + 5.8$

Chapitre 2

Deuxième trimestre : Sciences, climat et sociétés

Dans ce volet, nous aborderons les thèmes touchant les sciences, le climat et les sociétés.

On note $\mathscr{R} = (O; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j})$ le repère orthonormée direct[1].

Notions mathématiques. Aires, volumes, taux de variation, puissance de 10, pourcentages, exploitation des données.

2.1 Géométrie du plan et de l'espace

Nous commençons ce trimestre par faire des rappels de géométrie du plan et de l'espace en combinant les techniques de calcul et d'approximation. Rappelons que l'aire d'une figure géométrique est la quantité qui représente le nombre d'unité d'aire comprise dans cette figure dans un repère orthonormé.

Forme géométrique	Formule
Carré de côté de c	$\mathscr{A} = c^2$
Rectangle de longueur l et de largeur L	$\mathscr{A} = l \times L$
Triangle de hauteur h et de base b	$\mathscr{A} = \frac{h\times b}{2}$

1. O désigne l'origine du repère et $\left\{\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}\right\}$ les vecteurs directeurs orthonormés

Forme géométrique	Formule
Cube de côté de c	$\mathcal{V} = c^3$
Pavé de longueur l, de largeur L et de hauteur h	$\mathcal{V} = l \times L \times h$
Pyramide de hauteur h et d'aire de base $\mathcal{B}$	$\mathcal{V} = \frac{h \times \mathcal{B}}{2}$

Exercice 1. *Calculer l'aire de chaque rectangle suivant les dimensions (longueur et largeur) données.*

1. *Rectangle avec* $l = 2$ *et* $L = 3$
2. *Rectangle avec* $l = 123578^4$ *et* $L = 5301^{23}$. *Écrire le résultat en écriture scientifique.*

Exercice 2. *Considérons un panneau solaire de longueur 1,6 m et de largeur 1 m.*

1. *Calculer l'aire d'un panneau.*
2. *Calculer l'aire de deux panneaux.*

Rappelons la notion de taux d'évolution. Soient n_I et n_F deux quantités positives d'une grandeur donnée dont n_I désigne sa valeur initiale et n_F sa valeur finale. Le taux d'évolution est donné en pourcentage et est définie par la formule

$$\frac{n_F - n_I}{n_I} \cdot 100$$

Remarque. Nous étudierons exclusivement les cas où n_I est positive ou nulle. Dans le cas général, il suffit de prendre sa valeur absolue dans le dénominateur et on obtient la formule générale suivante

$$\frac{n_F - n_I}{|n_I|} \cdot 100$$

Exercice 3. *Calculer le taux de variation entre les nombres* n_I *et* n_F *donnés.*

1. $n_I = 5$ *et* $n_F = 10$.
2. $n_I = 10$ *et* $n_F = 80$.

Nous appliquons ces principes au sujet suivant traitant de la société polynésiennne et d'une alternative énergétique devant le climat moderne.

Etude. *Un établissement scolaire de Polynésie française souhaite installer des panneaux photovoltaïques sur le toit de son fare pote'e (grand bâtiment traditionnel) pour produire de l'électricité verte et réduire son impact écologique. Voici les données fournies :*

Caractéristiques d'un panneau
Longueur d'un panneau : 1,6 m
Largeur d'un panneau : 1 m
Puissance maximale d'un panneau : 300W

Données sur l'installation

La surface totale du toit du fare pote'e est de $350\,m^2$.

Le fare pote'e est orienté de manière optimale pour que 60% de la surface puisse être utilisée pour installer des panneaux photovoltaïques.

Données environnementales

Le soleil brille en moyenne 8 heures par jour en Polynésie.

En Polynésie, chaque kilowatt-heure (kWh) produit évite l'utilisation de 0,7 L de carburant diesel dans les centrales électriques locales.

1. Calculez l'aire d'un panneau photovoltaïque.
2. Montrer que le fare pote'e peut accueillir 131 panneaux sur 60% de la surface est utilisée ? (Arrondissez à l'entier inférieur si nécessaire.)
3. Sachant qu'un panneau produit 300W et qu'il y a 131 panneaux, calculez la puissance totale.
4. Exprimez cette puissance en kilowatts (kW) en utilisant les puissances de 10.
5. Quelle est la quantité totale d'énergie (en kWh) produite par tous les panneaux en une journée de 8 heures d'ensoleillement ?
6. Après deux ans, les panneaux perdent 3% de leur efficacité. Quelle est la puissance effective de l'installation après ces deux années ?
7. Calculez le taux de variation entre la puissance initiale et la puissance effective après deux ans.

Fin de la première séance.

Vous ferez l'exercice de rappel sur les formules d'aires accessible sur le Moodle NATI.

2.2 Analyse de données

L'objectif de cette partie est d'illustrer le thème des sciences, climat et société avec la lecture et les interprétations graphiques et de variations absolues et relatives. Nous traitons essentiellement deux cas en s'appuyant sur les données du gouvernement français et du rapport du GIEC (Groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat).

Commençons par travailler la notation scientifique. On rappelle que la notation scientifique d'un nombre $x \in \mathbb{R}$ est de la forme

$$x = a \times 10^m$$

avec $|a| < 10$ et $m \in \mathbb{Z}$.

Exemple. Le nombre 175 s'écrira $1{,}75 \times 10^2 \simeq 2 \times 10^2$.

Exercice 4. Écrire les nombres qui suivent en notation scientifique.

1. 39,9
2. 7812

On rappelle la notion de taux d'évolution. Soient n_I et n_F deux quantités positives d'une grandeur donnée dont n_I désigne la valeur initiale et n_F la valeur finale. Le taux d'évolution est donné en pourcentage et est définie par la formule

$$\frac{n_F - n_I}{n_I} \cdot 100$$

Si elle est positive, on dit qu'il y a une augmentation ; sinon, une diminution. Un tel nombre est aussi appelé la variation relative.

Exercice 5. Calculer le variation relative entre les nombres n_I et n_F donnés.

1. $n_I = 5$ et $n_F = 10$.
2. $n_I = 10$ et $n_F = 80$.

Exercice 6. Dans un magasin de Moorea, un balai coutait 213 CFP en 2018 et, en 2019, son prix était de 233 CFP.

1. Montrer que le prix de cet objet a pour variation relative 9,4 (arrondi au dixième).
2. Est-ce qu'il y a eu une augmentation ? Justifier.

Soient n_I et n_F deux quantités positives d'une grandeur donnée dont n_I désigne sa valeur initiale et n_F sa valeur finale. On définit la variation absolue par

$$n_F - n_I$$

Exercice 7. Dans un lycée, à la rentrée 2018, il y avait 563 élèves en seconde. A la rentrée 2019, dans le même lycée, il y avait 583 élèves en seconde.

1. Montrer que la variation absolue est de 20.
2. Est-ce qu'il y a eu une augmentation ? Justifier.

Étudions à présent quelques ressources en rapport avec la montée des eaux. Il s'agit d'une des problématiques d'actualité dans le contexte polynésien.

Etude. *Le rapport du GIEC présente des études relatives au climat dans le monde. Dans la figure 2.3, tiré du rapport, nous observons le niveau de la mer (en mm) dans 12 villes différentes autour du monde.*

1. D'après le graphique, commenter le niveau de la mer observé et estimé à Papeete.
2. D'après le graphique, commenter le niveau de la mer observé et estimé à New York.
3. En s'inspirant de vos commentaires, est-ce que les estimations sont cohérentes avec la réalité ? Justifier.

Etude. *Nous étudions la montée du niveau moyen de la mer (en cm).*

1. Quel est le niveau moyen de la mer en 2000 ? en 2006 ?
2. Montrer que la variation relative du niveau moyen de la mer entre 2000 et 2006 est, à peu près, de 100 %. Est-ce qu'il y a augmentation du niveau moyen de la mer ? Justifier.

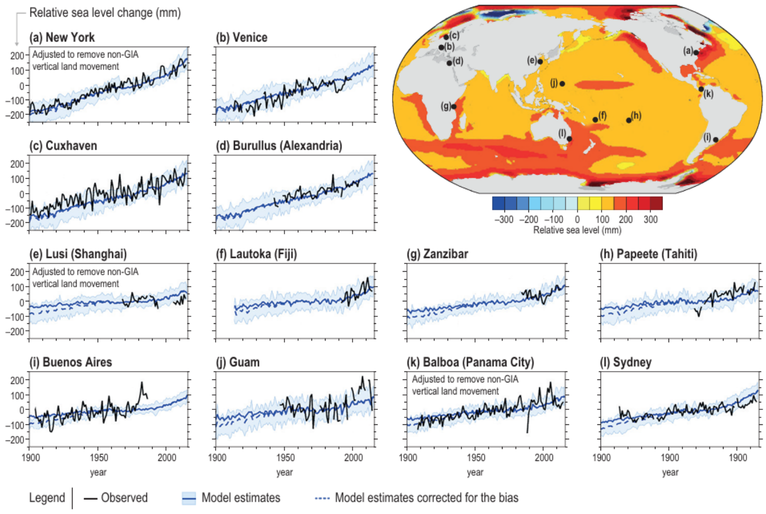


Figure 4.6 | 20th century simulated regional sea level changes by coupled climate models and comparison with a selection of local tide gauge time series. In the upper left corner: map of changes in simulated relative sea level (RSL) for the period 1901–1920 to 1996–2015 estimated from climate model outputs. Insets: Observed RSL changes (black lines) from selected tide gauge stations for the period 1900–2015. For comparison, the estimate of the simulated RSL change at the tide gauge station is also shown (blue plain line for the model estimates and blue dashed line for the model estimates corrected for the bias in glaciers mass loss and Greenland surface mass balance (SMB) over 1900–1940, see Section 4.2.2.2.6). The relatively large, short-term oscillations in observed local sea level (black lines) are due to the natural internal climate variability. For Mediterranean tide gauges, that is, Venice and Alexandria, the local simulated sea level has been computed with the simulated sea level in the Atlantic ocean at the entrance of the strait of Gibraltar following (Adloff et al., 2018). Tide gauge records have been corrected for vertical land motion (VLM) not associated with GIA where available, that is, for New York, Balboa and Lusi. Updated from Meyssignac et al. (2017b) to mimic RSL as good as possible.

FIGURE 2.1 – Estimation du niveau de la mer tiré de [**?** , p.341]

3. Montrer que la variation absolue du niveau moyen de la mer entre 2000 et 2006 est, à peu près, de 2. Est-ce qu'il y a augmentation du niveau moyen de la mer ? Justifier.
4. D'après 2.2, peut-on dire que la variation relative du niveau moyen de la mer augmente **toujours** ?

Fin de la deuxième séance.
Pour la prochaine fois, vous pourrez vous exercez sur la plateforme NATI.

2.3 Travaux dirigés

Le présent travail dirigé servira d'examen pour évaluer vos compétences dans ce chapitre.

Compétences.

— 1.1.5 : Représenter la situation par un schéma.

— 1.2.1 x : Exploiter des observations, résultats, mesures, graphiques.

— 1.2.5 x : Comprendre le lien entre les phénomènes naturels et le langage mathématique.

— 1.3.4 : Communiquer sur ses démarches en argumentant.

— 1.2.8 : Distinguer ce qui relève d'une croyance ou d'une opinion et ce qui constitue un savoir scientifique.

Avertissement avant de commencer. L'usage de la calculatrice est autorisée.

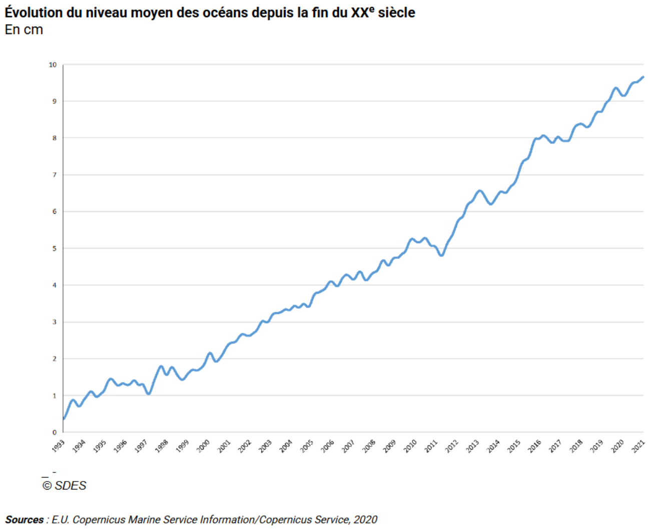


FIGURE 2.2 – Estimation du niveau moyen des océans de puis 1993 jusqu'à 2021 tiré de [**?**].

Exercice 1 (1.2.5)**.** *La forme de la terre est comparable a une sphère de rayon de 6 378,137 km. Calculer le volume de la terre. Exprimer ce volume en notation scientifique.*

Indication(s). La sphère de rayon $r > 0$ a pour volume $\mathcal{V} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.

Exercice 2. *Le rapport du GIEC présente des études relatives au climat dans le monde. Dans la figure 2.3, tiré du rapport, nous observons le niveau de la mer (en mm) dans 12 villes différentes autour du monde.*

1. D'après le graphique, commenter le niveau de la mer observé (en noir) et estimé (en bleu) à New York.

1.2.1 Pour la montée des eaux à New-York, est-ce que les estimations correspondent exactement à la réalité ? Justifier.

Fin de la troisième séance.
Pour l'examen à la dernière séance, révisez les exercices et la manière dont ils ont été traités.

2.4 Examen

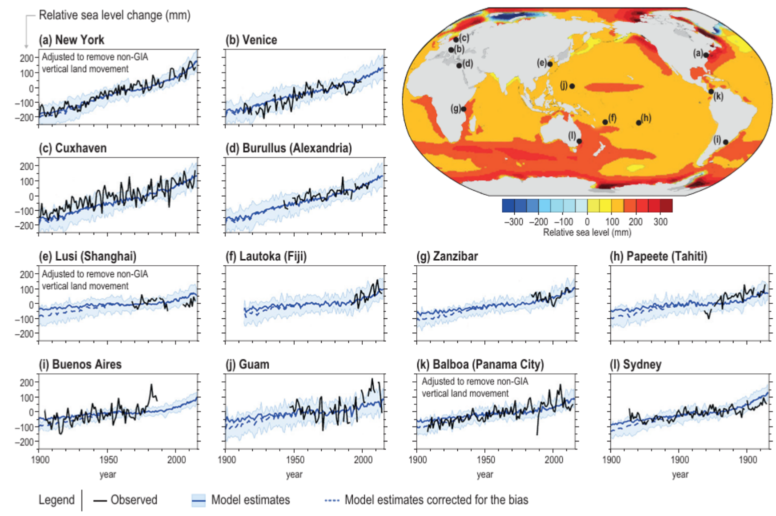


Figure 4.6 | 20th century simulated regional sea level changes by coupled climate models and comparison with a selection of local tide gauge time series. In the upper left corner: map of changes in simulated relative sea level (RSL) for the period 1901–1920 to 1996–2015 estimated from climate model outputs. Insets: Observed RSL changes (black lines) from selected tide gauge stations for the period 1900–2015. For comparison, the estimate of the simulated RSL change at the tide gauge station is also shown (blue plain line for the model estimates and blue dashed line for the model estimates corrected for the bias in glaciers mass loss and Greenland surface mass balance (SMB) over 1900–1940, see Section 4.2.2.2.6). The relatively large, short-term oscillations in observed local sea level (black lines) are due to the natural internal climate variability. For Mediterranean tide gauges, that is, Venice and Alexandria, the local simulated sea level has been computed with the simulated sea level in the Atlantic ocean at the entrance of the strait of Gibraltar following (Adloff et al., 2018). Tide gauge records have been corrected for vertical land motion (VLM) not associated with GIA where available, that is, for New York, Balboa and Lusi. Updated from Meyssignac et al. (2017b) to mimic RSL as good as possible.

Figure 2.3 – Estimation du niveau de la mer tiré de [? , p.341]

Chapitre 3

Troisième trimestre : Histoire du vivants

Ce dernier trimestre présente le thème de l'histoire du vivants. Nous étudions des modèles dynamiques qui décrivent l'évolution des êtres vivants au cours de l'histoire. Mathématiquement, ceci donne l'occasion de revisiter certaines notions vues en première générale, à savoir celles relatives aux phénomènes d'évolutions et ceux aléatoires.

Notions mathématiques. Probabilités : indépendance d'événements et conditionnement ; suites arithmétiques et géométriques.

3.1 Modèles démographiques

L'évolution de certaines populations peut être classée en deux familles distinctes : évolution linéaire et évolution exponentielle. Le premier cas est le plus simple car la population évolue de manière constante à chaque période d'un temps donné. Mathématiquement, cette évolution est modélisée par des suites arithmétiques avec une raison donnée. Concernant le dernier cas, l'évolution est imprévisible et varie énormément à chaque période d'un temps donné. Mathématiquement, cette évolution est décrit par un modèle dit de Malthus.

Définition. On appelle modèle de Malthus tout modèle exponentiel d'évolution de l'effectif de la population.

Ce modèle permet de prédire sensiblement l'effectif de la population en fonction de ses taux de natalité et de mortalité.

Propriété (admise)**.** *Soient t_M le taux de mortalité et t_N le taux de natalité d'une population donnée modélisée par un modèle de Malthus, alors nous avons les propriétés suivantes.*

1. *si $t_M > t_N$ alors l'effectif de la population décroît vers 0.*
2. *si $t_M < t_N$ alors l'effectif de la population croît vers l'infini.*

Notons que la propriété précédente est vérifiée seulement dans un temps court. En raison de l'insuffisance des ressources disponibles, celle-ci ne peut pas rester satisfaite sur un temps relativement long.

Activité de recherche 1. Dans une ville en Polynésie, on compte 100 touristes à l'année 0. Chaque année, la population de touristes est multipliée par 2.

1. Quel est le nombre de touriste à l'année 7 ?
2. Donner l'expression de la suite qui modélise le nombre de touristes à une année $n \in \mathbb{N}$ donnée.
3. Quel modèle peut-on utiliser dans cette situation ? Justifier votre réponse.

Exercice 1. Sur une plage en Polynésie, on compte 100 cailloux au mois 0. Chaque mois, il y a 2 cailloux qui se rajoute à cette population.

1. Quel est le nombre de cailloux en un an ?
2. Donner l'expression de la suite qui modélise le nombre de cailloux à un mois $n \in \mathbb{N}$ donnée.
3. Quel modèle peut-on utiliser dans cette situation ? Justifier votre réponse.

Exercice 2. Le graphique en figure 3.1 décrit l'évolution de la population d'abeilles dans une ruche.

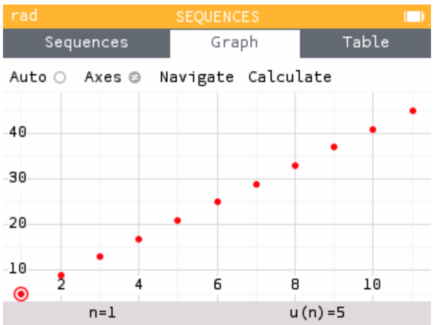


FIGURE 3.1 – Représentation graphique à la calculatrice de l'évolution de la population d'abeilles.

1. Quel modèle peut-on utiliser dans cette situation ? Justifier votre réponse.

Exercice 3. La population en France métropolitaine en 2006 était de 61,4 millions. En 2013, elle était de 63,7 millions.

1. Quel est le taux de variation de la population entre 2006 et 2013 ?
2. Évaluer la population française en 2020 en se plaçant dans le modèle de Malthus.

Exercice 4. Un accroissement d'une population de 2 % par an peut sembler bien faible. Il correspond pourtant à un doublement en 35 ans donc à un quadruplement en 70 ans, à une multiplication par 7 en moins d'un siècle.

Fin de la 1ère séance.
Reprenez les exercices précédents pour l'examen.

3.2 Prédictions

Dans la section précédente, nous avons traités des problèmes où nous avons évité certains paramètres : le sexe des individus, la nationalité des individus, etc. Ainsi, les modèles linéaires et de Mathus comportent certaines limites. Fort heureusement, l'intelligence artificielle (IA) permet d'anticiper certains paramètres qui biaises de telles études.

Dans le thème de l'histoire du vivant, il existe des méthodes efficaces permettant de prendre en compte une grande diversité de paramètres grâce à l'IA. Cette dernière est une capacité aux machines à réaliser des tâches associées à l'intelligence humaine.

Cette section a pour but de permettre aux élèves de saisir les enjeux de l'IA dans notre société à travers la notion de prédiction, cause et effets, corrélation et causalité.

Activité de recherche 2. Uratini s'entraîne pour la Xterra de Moorea et il relève le temps avec la distance associée. Les données qu'il a relevé sont présentées dans le tableau 3.1.

Distance (en km)	1	1.2	2.5	3.3	5.1	6.7	7.2
Temps (en min)	10	12.3	20.5	28.3	40.1	56.7	57

TABLE 3.1 – Données d'entraînement de Uratini.

1. Simuler les données sur un tableur et décrire quel modèle utiliser.
2. Prédire le temps qu'il fera s'il parcourt 42 km. Convertir le temps sous le format suivant

   `heures : minutes : secondes`

3. En moyenne, il faut 3 h 47 min pour parcourir 42 km (données de l'année 2023). Uratini est-il dans la moyenne ? Justifier.

Exercice 5. Le magasin bleu sur Papeete vend de paquets de chocolats Dubaï et le tableau 3.2 présente le nombre de ventes de ces chocolats sur une semaine.

Jour numéro :	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de ventes (en unité)	10	30	200	580	810	1305	1800

TABLE 3.2 – Nombre de ventes (en unité) de chocolats Dubaï au printemps 2025 en fonction des jours.

1. Simuler les données sur un tableur et décrire quel modèle utiliser.
2. Prédire le nombre de paquets vendus au bout d'un mois.

Jour numéro :	1	2	3	4	5	6	7
Nombre de ventes (en unités)	5	9	17	33	65	129	257

TABLE 3.3 – Nombre de ventes (en unité) de confitures bio au printemps 2025 en fonction des jours..

Exercice 6. Le magasin vert à Moorea commence à vendre des pots de confiture artisanale bio. Le tableau3.3 présente le nombre de pots vendus au fil des jours pendant la première semaine de lancement.

1. Entrer les données dans un tableur et tracer le nuage de points.
2. Identifier le type de modèle qui semble le plus adapté.
3. À partir du modèle trouvé, estimer le nombre de pots vendus au bout de 15 jours, puis au bout d'un mois.
4. Discuter la pertinence de la modélisation au-delà de 30 jours.

Fin de la séance 2.
Réviser les exercices pour l'examen.

3.3 Travaux dirigés

Les exercices présents dans ces travaux étendent les notions du chapitre vers les probabilités et la conversion.

Exercice 7. On lance un dé à six faces sans défaut. On note les événements

— A : « obtenir un nombre pair »

— B : « obtenir un multiple de 3 »

Montrer que A et B sont indépendants.

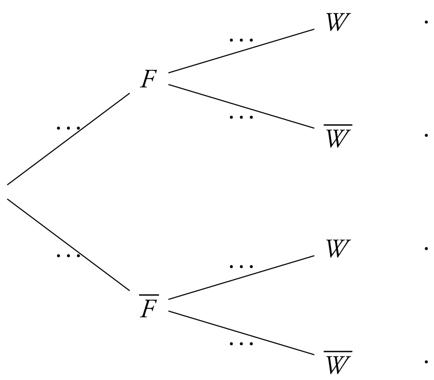
Exercice 8. On choisit au hasard un des participants à une compétition de sports nautique. On sait que

— Dans les 160 participants, il y a 70 femmes (F).

— Dans les 70 femmes, 14 font du windsurf (W) et les autres font du kitesurf.

— Dans les hommes, 60 font du windsurf et les autres font du kitesurf.

1. Compléter l'arbre de probabilité ci-dessous.
2. Quelle est la probabilité que le participant choisit fait du kitesurf sachant que c'est une femme ?



Exercice 9. Deux agriculteurs testent chacun une variété différente de blé génétiquement modifiée pour croître plus rapidement. La production de blé (en tonnes) en fonction du nombre de semaines de culture est modélisée par

— Pour la variété A :
$$f(t) = 2^t$$

— Pour la variété B :
$$g(t) = 2^{t-1} + 1$$

où t est le temps en semaines depuis la plantation.

1. Déterminer au bout de combien de semaines les deux variétés produisent la même quantité de blé.

3.4 Examen